Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Самарский государственный технический университет»

На правах рукописи

Беляева Ирина Сергеевна

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ ОСЕВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОДШИПНИКА С УЧЕТОМ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ

Специальность 05.09.03 – Электротехнические комплексы и системы

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель: доктор технических наук, доцент Стариков А. В.

Самара 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

B	зедение	5
1	Обзор известных математических моделей и принципов	
	построения систем управления осевыми электромагнитными подшипника-	
	ми13	
1.	1 Конструктивные особенности осевых электромагнитных подшипников	.13
1.2	2 Обзор известных математических моделей осевых	
	электромагнитных подшипников	14
1.	3 Основные принципы построения систем управления	
	электромагнитными подшипниками и методы синтеза регуляторов	20
1.4	4 Обзор дискретных математических моделей цифровых систем	
	управления электромагнитными подшипниками	30
1.:	5 Цели и задачи исследования	39
1.0	6 Выводы по первой главе	40
2	Математическая модель осевого электромагнитного подшипника	
	с учетом вихревых токов	41
2.	1 Уравнения движения ротора и структурные схемы	
	осевого электромагнитного подшипника как объекта управления	
	с учетом вихревых токов	41
2.2	2 Непрерывные передаточные функции осевого электромагнитного	
	подшипника с учетом вихревых токов	44
2.3	3 Компьютерное моделирование движения ротора в поле	
	осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов	47
2.4	4 Дискретные передаточные функции осевого электромагнитного	
	подшипника с учетом вихревых токов	56
2.:	5 Оценка адекватности дискретных передаточных функций	
	осевого электромагнитного подшипника	66
2.0	6 Выводы по второй главе	.69

3	Параметрический синтез регуляторов цифровой системы
	управления осевым электромагнитным подшипником
	с учетом вихревых токов71
3.1	Выбор структурного построения системы управления осевым
	электромагнитным подшипником71
3.2	2 Оценка влияния вихревых токов на быстродействие и жесткость осевого
	электромагнитного подшипника
3.3	В Параметрический синтез регуляторов трехконтурной системы
	управления осевым подшипником с учетом вихревых токов
3.4	Дискретная математическая модель трехконтурной системы управления
	осевым электромагнитным подшипником
3.5	Зависимость настроек регуляторов, быстродействия и жесткости осевого
	электромагнитного подшипника от периода дискретизации
3.6	Б Выводы по третьей главе107
4	Особенности технической реализации цифровой системы
	управления осевым электромагнитным подшипником108
4.1	Исследование влияния квантования и ограничения сигналов по уровню
	на работу осевого электромагнитного подшипника108
4.2	2 Способ уменьшения колебаний ротора, вызванных квантованием
	сигналов по времени и уровню
4.3	З Дискретная математическая модель цифровой системы управления
	осевым электромагнитным подшипником с учетом нового способа
	формирования сигналов регуляторов129
4.4	Аппаратная техническая реализация цифровой системы
	управления осевым электромагнитным подшипником136
4.5	5 Экспериментальные исследования цифровой системы
	управления электромагнитным подшипником143
4.6	Выводы по четвертой главе148
3a	ключение
Би	блиографический список151

3

Приложения	.162
Приложение 1. Акт о внедрении результатов диссертационной работы	
Беляевой И.С. «Параметрический синтез регуляторов осевого	
электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов»	
в СамГТУ	.163
Приложение 2. Акт об использовании результатов диссертационной	
работы Беляевой И.С. в ЗАО «Стан-Самара»	.164

введение

Актуальность работы

Электромагнитные подшипники являются перспективными видами опор, которые находят применение в высокоскоростных машинах и агрегатах с большой массой ротора.

Применение электромагнитных подшипников для подвеса ротора компрессора газоперекачивающего агрегата, например, позволяет исключить маслосистему, необходимую для работы традиционного гидростатического подшипника скольжения [1]. Причем следует отметить, что доля компрессоров с электромагнитным подвесом ротора с каждым годом увеличивается.

Другой глобальной сферой применения электромагнитных опор являются высокоскоростные шпиндели и ультрацентрифуги, в которых принципиально невозможно использовать обычные подшипники качения и скольжения. Электромагнитный подвес в этих случаях значительно увеличивает ресурс высокоскоростных машин, уменьшает потери на трение и, тем самым, повышает коэффициент полезного действия.

Как правило, электромагнитный подвес ротора осуществляется с помощью комплекта двух радиальных и одного осевого подшипника. Магнитопроводы статора и ротора радиальных опор выполняются из шихтованных пакетов электротехнической стали, поэтому переменное магнитное поле хоть и наводит в них вихревые токи, но их влияние на работу подшипника незначительно.

В отличие от этого магнитопроводы статора и ротора осевой опоры принципиально изготавливаются из массивных ферромагнитных материалов, поэтому наведенные в них вихревые токи препятствуют изменению основного магнитного потока подшипника, замедляя его реакцию при отработке внешних возмущающих воздействий. При этом снижается быстродействие и динамическая жесткость осевого электромагнитного подшипника.

Следует отметить, что электромагнитные подшипники, как радиальные, так и осевые, принципиально не могут работать без системы управления, обеспечи-

вающей устойчивость и требуемые показатели жесткости опор. При этом в настоящее время выбор параметров регуляторов электромагнитных подшипников осуществляется в пренебрежении действием вихревых токов.

В связи с этим разработка новой методики параметрического синтеза регуляторов осевого электромагнитного подшипника, обеспечивающей повышение быстродействия и динамической жесткости является актуальной задачей.

Следует отметить, что основные методы синтеза регуляторов систем управления базируются на математическом аппарате передаточных функций, поэтому определение уточненных передаточных функций осевого электромагнитного подшипника как объекта управления также очень актуально.

Отличительная особенность современных систем управления электромагнитными подшипниками заключается в том, что они реализуются средствами цифровой техники на программируемых контроллерах, микроконтроллерах, программируемых логических интегральных схемах или микросхемах средней степени интеграции. Поэтому очень важно и актуально при синтезе регуляторов осевого электромагнитного подшипника и математическом моделировании учитывать не только вихревые токи, но и дискретный характер передачи управляющих воздействий.

При цифровой технической реализации регуляторов электромагнитных подшипников проявляется проблема возникновения недопустимых амплитуд колебаний ротора, вызванных большими коэффициентами при производных, представляющими отношение постоянной времени дифференцирования к периоду дискретизации. Поэтому актуальным также является разработка способов уменьшения вибраций ротора при сохранении быстродействия и жесткости электромагнитных подшипников, как осевых, так и радиальных.

Степень разработанности проблемы

Электромагнитным подшипникам посвящены работы [1 – 74] большого количества Российских и зарубежных ученых. Среди Российских ученых следует, прежде всего, отметить работы В.П. Верещагина, Ю.Н. Журавлева, Ю.А. Макаричева, А.П. Сарычева, И.С. Ткаченко и других авторов.

6

Однако, исследований, посвященных математической модели осевого электромагнитного подшипника как объекта управления, очень мало [5, 6, 13, 14]. При этом ни в одной работе не найдено передаточных функций осевой магнитной опоры по отношению к управляющему и возмущающему воздействию, учитывающих действие вихревых токов.

Следует отметить, что синтез регуляторов электромагнитных подшипников производится различными методами: обратных задач динамики, линейноквадратичной оптимизации, финитного управления, систем подчиненного управления, многоконтурных систем с одной измеряемой координатой и другими [7, 9, 10, 13, 19, 24, 50 – 52]. И во всех случаях при выборе (расчете) параметров регуляторов пренебрегают действием вихревых токов.

Дискретным математическим моделям электромагнитных подшипников и систем их управления также посвящено много работ [7, 19, 25, 50, 51]. Но дискретных передаточных функций осевой электромагнитной опоры, учитывающих вихревые токи, принцип построения системы управления и алгоритм функционирования регуляторов не существует.

Основной способ уменьшения амплитуды колебаний ротора, который применяется в современных системах управления электромагнитным подвесом [28], заключается в уменьшении коэффициентов передачи цифровых регуляторов и, как следствие, в снижении быстродействия и жесткости магнитных опор. Это приводит к тому, что ротор начинает обладать резонансными частотами, входящими в рабочий частотный диапазон вращения. В результате приходится подавлять резонансы с помощью, так называемых, режекторных фильтров [47, 48], что значительно усложняет техническую реализацию и снижает надежность системы управления электромагнитными подшипниками.

Анализ проблем, существующих при создании электромагнитных подшипников, позволил сформулировать цель и задачи исследования.

Целью работы является обеспечение высокого быстродействия, динамической жесткости и малых колебаний ротора в осевого электромагнитном подшипнике посредством параметрического синтеза регуляторов с учетом вихревых токов.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие основные задачи:

1. Разработать уточненную математическую модель процесса перемещения ротора в магнитном поле осевого подшипника, учитывающую вихревые токи и закон управления напряжениями на обмотках электромагнитов.

2. Провести параметрический синтез регуляторов непрерывного прототипа систем управления осевым электромагнитным подшипником с учетом вихревых токов.

 Разработать дискретные математические модели осевого электромагнитного подшипника с учетом процесса квантования по времени при цифровой технической реализации регуляторов.

4. Определить зависимость параметров настроек цифровых регуляторов в функции периода дискретизации по времени.

5. Разработать метод повышения надежности работы электромагнитных подшипников за счет снижения колебаний ротора, вызванных дискретизацией сигналов по уровню.

Объектом исследования является электротехническая система осевого электромагнитного подшипника.

Предмет исследования – параметрический синтез цифровых регуляторов осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов и периода дискретизации по времени.

Методы решения

В работе использовались методы теоретических основ электротехники, теории современных систем управления, непрерывного прототипа, а также методы математического моделирования на персональном компьютере.

Научная новизна

1. Разработана уточненная математическая модель процесса перемещения ротора в магнитном поле осевого подшипника как объекта управления в виде

структурных схем и непрерывных передаточных функций, отличающаяся от известных учетом действия вихревых токов.

2. Определены дискретные передаточные функции осевого подшипника как объекта управления, отличающиеся учетом вихревых токов и изменения вида непрерывных передаточных функций от положения ротора и соотношения токов в электромагнитах.

3. Разработана методика параметрического синтеза регуляторов осевого электромагнитного подшипника, отличительная особенность которой заключается в компенсации влияния вихревых токов на быстродействие и динамическую жесткость опоры.

4. Найдены дискретные передаточные функции цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником, отличающиеся от известных учетом вихревых токов и способа вычисления производных в регуляторах.

5. Разработан способ уменьшения амплитуды колебаний ротора, отличающийся от известных сохранением быстродействия и динамической жесткости электромагнитного подшипника за счет применения нового алгоритма вычисления производных в цифровых регуляторах.

Практическая ценность результатов работы заключается:

1. В инженерной методике синтеза параметров цифровых регуляторов осевого электромагнитного подшипника.

2. В разработке варианта аппаратной технической реализация цифровых регуляторов и широтно-импульсного модулятора, обеспечивающего упрощение системы управления электромагнитными подшипниками.

Достоверность полученных результатов обеспечивается применением строгих математических методов исследований, компьютерным моделированием и сравнением с результатами натурных экспериментов и результатами, полученными другими авторами.

Реализация результатов работы

Основные результаты работы были использованы ЗАО «Стан-Самара» (г. Самара) при обосновании возможности использования в координатно-

9

шлифовальных станках высокоскоростных шпинделей с магнитным подвесом ротора, а также нашли применение в учебном процессе ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» (г. Самара), что подтверждается актами внедрения.

Апробация работы

Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на XII Международных научных Надировских чтениях (г. Уральск, Республика Казахстан, 2015).

Публикации

По теме диссертации опубликованы 6 печатных работ общим объемом 2,62 п.л., в том числе 3 статьи в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях из Перечня ВАК РФ и 2 патента на изобретение.

На защиту выносятся:

1. Математические модели осевого электромагнитного подшипника как объекта управления с учетом вихревых токов

2. Методика параметрического синтеза регуляторов осевого электромагнитного подшипника.

3. Дискретная математическая модель цифровой системы осевого электромагнитного подшипника

4. Результаты вычислительных и натурных экспериментов по определению быстродействия, динамической жесткости и амплитуды колебаний ротора в электромагнитном подшипнике.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка и приложения. Основная часть работы изложена на 150 страницах машинописного текста, иллюстрирована 77 рисунками и 8 таблицами. Библиографический список содержит 93 наименования на 11 страницах.

Содержание работы

Во введении дано обоснование актуальности работы, посвященной параметрическому синтезу регуляторов осевого электромагнитного подшипника. Сформулированы цель и задачи исследования, изложена научная новизна и практическая значимость диссертации.

В первой главе рассмотрены конструктивные особенности осевого электромагнитного подшипника, вызывающие значительное влияние вихревых токов на его работоспособность. Приведен обзор известных математических моделей радиальных и осевых электромагнитных опор. Рассмотрены основные принципы построения систем управления электромагнитными подшипниками и методы синтеза регуляторов. Особое внимание уделено обзору дискретных математических моделей цифровых систем управления электромагнитными подшипниками, учитывающих квантование сигналов по времени. Показана актуальность задачи параметрического синтеза регуляторов осевой электромагнитной опоры, обеспечивающего высокое быстродействие, динамическую жесткость и малые колебания ротора.

Во второй главе приведены нелинейные уравнения процесса движения ротора в магнитном поле осевого электромагнитного подшипника как объекта управления, учитывающие дифференциальный закон управления напряжениями на обмотках магнитов и действие вихревых токов. Произведена линеаризация уравнений движения и разработаны нелинейная и линеаризованная структурные схемы объекта. Методом алгебраических преобразований найдены непрерывные передаточные функции осевого электромагнитного подшипника по отношению к управляющему и возмущающему воздействиям. Для осевого подшипника турбонагнетателя дизеля тепловоза определены численные значения коэффициентов непрерывных передаточных функций при различных положениях ротора и соотношениях токов в электромагнитах. Показано, что при записи через элементарные динамические звенья вид непрерывных передаточных функций изменяется. Найдены дискретные передаточные функции осевого электромагнитного подшипника с четом вихревых токов и процесса квантования по времени. Методом компьютерного моделирования доказана адекватность разработанной дискретной математической модели непрерывной.

В третьей главе произведено обоснование выбора структурного построения системы управления осевым электромагнитным подшипником. Показано, что вихревые токи вызывают замедление реакции осевой опоры на отработку управляющего воздействие. Разработана методика выбора параметров регуляторов, компенсирующих влияние вихревых токов на быстродействие и динамическую жесткость осевого электромагнитного подшипника. Определены дискретные передаточные функции цифровой системы управления осевой опорой с учетом вихревых токов. Найдена зависимость настроек регуляторов, быстродействия и жесткости осевого электромагнитного подшипника от периода дискретизации по времени. Рассчитаны основные ожидаемые динамические характеристики осевого электромагнитного подшипника турбонагнетателя при вариации параметров цифровых регуляторов.

В четвертой главе исследовано влияние квантования сигналов по уровню на работу осевого электромагнитного подшипника. Промоделирован процесс левитации ротора для трех наборов параметров цифровых регуляторов. Построены графики токов в обмотках электромагнитов и вихревого тока. Показано, что при увеличении коэффициентов передачи пропорционального и пропорциональнодифференциального ротора амплитуда колебания ротора относительно точки позиционирования также увеличивается. Разработан способ уменьшения амплитуды колебаний, базирующийся на новом алгоритме вычисления производных в цифровых регуляторах. Найдены дискретные передаточные функции цифровой системы управления электромагнитным подшипником и определена зависимость периода дискретизации с учетом числа тактов запаздывания при вычислении производных. Разработан вариант технической реализации цифровых регуляторов и широтно-импульсного модулятора, обеспечивающий упрощение системы управления электромагнитными подшипниками. Приведены результаты вычислительных и натурных экспериментов, показывающие, что разработанный метод позволяет уменьшить амплитуду колебаний ротора как минимум в 2 раза при сохранении быстродействия и динамической жесткости электромагнитного подшипника.

1 ОБЗОР ИЗВЕСТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ПРИНЦИПОВ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ОСЕВЫМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ПОДШИПНИКАМИ

1.1 Конструктивные особенности осевых электромагнитных подшипников

Конструктивно осевой электромагнитный подшипник (рисунок 1.1) представляет собой совокупность ферромагнитного диска 1, закрепленного на валу 2 ротора, двух кольцевых электромагнитов 3 и 4, расположенных с двух сторон от диска и зафиксированных на статоре 5 машины, датчика 6 положения ротора в осевом направлении и страховочного подшипника 7.



Рисунок 1.1 – Конструкция осевого электромагнитного подшипника

Зазор между диском 1 и электромагнитами 3 и 4 при центральном положении ротора, например, компрессора газоперекачивающего агрегата ГПА Ц-25, составля-

ет 0,8 мм [75]. При этом осевой зазор в страховочном подшипнике равен 0,4 Датчик 6 положения ротора определяет положение ротора z_p (отклонение ротора от центрального положения), относительно некоторой измерительной поверхности, например, относительно измерительного кольца 8. Ротор поддерживается в центральном положении с помощью системы управления, формирующей необходимые значения токов в обмотках электромагнитов 3 и 4 по сигналу датчика 6 положения ротора.

Отличительная особенность осевого электромагнитного подшипника заключается в том, что диск 1 и магнитопроводы электромагнитов 3 и 4 принципиально изготавливаются из массивных ферромагнитных материалов. Переменное магнитное поле, вызванное как изменениями токов в обмотках электромагнитов, так и колебаниями ротора относительно центрального положения, приводит к появлению вихревых токов, которые влияют на работу системы управления осевого подшипника. Поэтому при создании математической модели осевой опоры и синтезе регуляторов необходимо учитывать наличие вихревых токов.

Вихревые токи наблюдаются и в радиальных электромагнитных подшипниках, но за счет того, что, статор и ротор в этом случае выполняются из шихтованной электротехнической стали, их влияние незначительно.

1.2 Обзор известных математических моделей осевых электромагнитных подшипников

Математическому описанию электромагнитных подшипников как объектов управления посвящено большое количество работ [2 – 7, 11, 13 – 16, 18 – 22, 25, 39, 47, 48, 50, 53, 54, 59 – 64, 70].

В основном при создании математических моделей электромагнитных опор пренебрегают действием вихревых токов, и, наверное, такой подход справедлив для радиальных подшипников, магнитопроводы которых изготавливаются из пакетов шихтованной электротехнической стали. При этом наблюдаются различные подходы к описанию движения ротора в поле электромагнитного подшипника, что объясняется широким спектром применяемых методов синтеза регуляторов.

Прежде всего, следует отметить математическую модель электромагнитной опоры в виде системы нелинейных уравнений [7, 70]

$$m\frac{d^{2}x}{dt^{2}} = \frac{c_{L}}{2} \left[\frac{I_{1}^{2}}{(\delta - x)^{2}} - \frac{I_{2}^{2}}{(\delta + x)^{2}} \right] + F_{BX};$$

$$U_{1} = \frac{c_{L}}{\delta - x} \frac{dI_{1}}{dt} + \frac{c_{L}}{(\delta - x)^{2}} I_{1} \frac{dx}{dt} + I_{1}R_{1};$$

$$U_{2} = \frac{c_{L}}{\delta + x} \frac{dI_{2}}{dt} + \frac{c_{L}}{(\delta + x)^{2}} I_{2} \frac{dx}{dt} + I_{2}R_{2},$$
(1.1)

где m – масса ротора, x – перемещение (отклонение ротора от центрального положения по одной оси); c_L – конструктивный параметр электромагнитного подшипника, I_1 и I_2 – токи в противоположных электромагнитах; δ – магнитный зазор между статором и ротором при x=0; R_1 и R_2 – активные сопротивления обмоток противоположных электромагнитов; U_1 и U_2 – напряжения, подаваемые на обмотки; F_{BX} – возмущающая сила, действующая на ротор по оси x; t – время. Как правило, в дальнейшем производят линеаризацию нелинейной системы уравнений (1.1) и при синтезе регуляторов используют линеаризованное описание движения ротора в магнитном поле [7].

Иногда рассматривают действие каждого электромагнита в отдельности [4], и тогда движение ротора будет соответствовать системе уравнений

$$m\frac{d^{2}x}{dt^{2}} - \frac{1}{2}\frac{dL_{1}}{dx}I^{2} = F_{BX};$$

$$U_{1} = \frac{d(L_{1}I)}{dt} + L_{1\sigma}\frac{dI}{dt} + IR_{1},$$
(1.2)

где $L_{1\sigma}$ – индуктивность обмотки электромагнита, соответствующая потоку рассеяния.

Применяют также описание электромагнитного подшипника как радиального, так осевого в пространстве состояний [7, 62]:

$$\dot{y} = A_0 y + B_0 u + B_f f; x = C_0 y; q = D_0 y,$$
 (1.3)

где *у* – вектор состояния; *и* – управляющая переменная; *f* – вектор возмущения; x – выходная переменная; *q* – измеряемая переменная; A_0 , B_0 , B_f , C_0 и D_0 – матрицы коэффициентов.

Иногда используют безразмерную форму записи уравнений (1.1), которая после линеаризации уравнений выглядит следующим образом [7]:

$$\frac{d^{2}x'}{dt^{2}} - \chi^{2}x' - \chi^{2}I' = F_{e}';$$

$$\frac{dI'}{dt} + \frac{dx'}{dt} + I' = U'.$$
(1.4)

где
$$x' = \frac{x}{\delta}$$
; $I' = \frac{I_1}{I_c}$; $U' = \frac{U_1}{R_1 I_c}$; $F'_{BX} = \frac{F_{BX} T_2^2}{m\delta}$; $\chi = T_3 \sqrt{\frac{c_X}{m}}$; $T_3 = \frac{L_{11}}{R_1}$; c_X – конструк-

тивный параметр подшипника.

Все переменные в (1.4) зависят от безразмерного времени $\tau = \frac{t}{T_3}$.

Еще одна математическая модель подшипника учитывает дифференциальный закон управления токами, когда оба электромагнита управляются одним широтно-импульсным модулятором, первый магнит от прямого выхода, а противоположный – от инверсного [19, 20, 50]:

$$\begin{split} \gamma_{1} &= k_{IIIIIM} N_{X} + 0,5; \\ U\gamma_{1} &= L_{1} \frac{dI_{1}}{dt} + R_{1}I_{1} + k_{E1} \frac{dx}{dt} + L_{12} \frac{dI_{2}}{dt}; \\ U(1 - \gamma_{1}) &= L_{2} \frac{dI_{2}}{dt} + R_{2}I_{2} - k_{E2} \frac{dx}{dt} + L_{21} \frac{dI_{1}}{dt}; \\ k_{I} &= \frac{I_{1}}{I_{1} + I_{2}}; \\ m \frac{d^{2}x}{dt^{2}} &= k_{3M}(k_{I} - 0,5) + k_{F}x - G_{X} + F_{BX}. \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$(1.5)$$

)

где k_{IIIIIM} – коэффициент передачи широтно-импульсного модулятора; N_x – величина сигнала на входе широтно-импульсного модулятора; U – опорное напряжение широтно-импульсной модуляции; γ_1 – скважность сигнала на прямом выходе широтно-импульсного модулятора; L_1 , L_2 , L_{12} и L_{21} – собственные индуктивности и коэффициенты взаимоиндукции обмоток первого и второго электромагнитов; k_{E1} и k_{E2} – коэффициенты, связывающие ЭДС, наводимые в обмотках, со скоростью перемещения ротора; k_I – коэффициент соотношения токов в электромагнитах; k_{3M} – коэффициент связи электромагнитной силы с соотношением токов в обмотках электромагнитов; k_F – коэффициент положительной обратной связи по перемещению; G_x – сила, вызванная весом ротора.

Из системы уравнений (1.5) после линеаризации получают передаточную функцию электромагнитного подшипника по управляющему воздействию [50, 55]

$$W_{OV}(p) = \frac{x(p)}{N_X(p)} = \frac{k_{OV}(b_{03}p+1)}{a_{03}p^4 + a_{13}p^3 + a_{23}p^2 + a_{33}p - 1},$$
(1.6)

где
$$k_{OV} = \frac{k_{IIIIM}k_{3M}U(I_{10}R_1 + I_{20}R_2)}{k_F R_1 R_2 (I_{10} + I_{20})^2}; \ b_{03} = \frac{I_{10}(R_1T_1 + L_{21}) + I_{20}(R_2T_2 + L_{13})}{I_{10}R_1 + I_{20}R_2};$$

$$\begin{split} a_{03} &= \frac{m}{k_F} \left(T_1 T_2 - \frac{L_{12} L_{21}}{R_1 R_2} \right); \ a_{13} &= \frac{m \left(T_1 + T_2 \right)}{k_F}; \\ a_{23} &= \frac{m}{k_F} + \frac{k_{3M}}{k_F R_1 R_2} \frac{I_{10} \left(k_{E2} R_1 T_1 + k_{E1} L_{21} \right) + I_{20} \left(k_{E1} R_2 T_2 + k_{E2} L_{12} \right)}{\left(I_{10} + I_{20} \right)^2} + \frac{L_{12} L_{21}}{R_1 R_2} - T_1 T_2; \\ a_{33} &= \frac{k_{3M}}{k_F R_1 R_2} \frac{I_{10} k_{E2} R_1 + I_{20} k_{E1} R_2}{\left(I_{10} + I_{20} \right)^2} - \left(T_1 + T_2 \right); \end{split}$$

 $T_1 = \frac{L_1}{R_1}$; $T_2 = \frac{L_2}{R_2}$ – постоянные времени электромагнитов, вызванные их собствен-

ными индуктивностями; I_{10} и I_{20} – параметры точки линеаризации; p – комплексная переменная.

Если ротор находится в центре, $I_{10} = I_{20}$, $L_1 = L_2 = L$ $R_1 = R_2 = R$, $L_{12} = L_{21} = M$, $k_{E1} = k_{E2} = k_E$, $T_1 = T_2 = T_{\mathfrak{I}}^{\prime}$, то формула (1.6) значительно упрощается

$$W_{OV}(p) = \frac{k_{IIIIM}k_{\Im M}}{k_F \left[\frac{mT_{\Im}}{k_F}p^3 + \frac{m}{k_F}p^2 + \left(\frac{k_{\Im M}k_E}{k_F U} - T_{\Im}\right)p - 1\right]},$$
(1.7)

где $T_{\mathcal{P}} = \frac{L-M}{R}$ – электромагнитная постоянная времени электромагнита.

Именно передаточная функция (1.7) в дальнейшем используется при синтезе регуляторов системы управления электромагнитным подшипником.

Формулы (1.1) – (1.7) применяют и для осевых магнитных опор, однако они совсем не учитывают вихревые токи, наводимые в массивах магнитопроводов статора и ротора.

Однако существуют математические модели осевых электромагнитных подшипников и с учетом вихревых токов [5, 6, 13, 14]. Например, в работах [6, 13] получена одинаковая с точностью до обозначений схема замещения осевой опоры, в которой действие вихревых токов представлено дополнительными ветвями с параметрами L_2 , R_1 и R_2 (рисунок 1.2).



Рисунок 1.2 – схема замещения осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов

Уравнения движения ротора при этом выглядят следующим образом [6]:

$$m\frac{d^{2}z_{P}}{dt^{2}} - \frac{1}{2}\frac{dL}{dz_{P}}I_{\mu}^{2} = F_{BZ};$$

$$U_{1} = \frac{d\Psi}{dt} + L_{1\sigma}\frac{dI}{dt} + IR;$$

$$\Psi = LI_{\mu};$$

$$I = I_{\mu} + I_{2},$$
(1.8)

где параметры схемы замещения соответствуют только одному магниту; I_{μ} – намагничивающий ток; I – ток в катушке электромагнита; ψ – потокосцепление; I_2 – ток в соответствующей ветви и определяемый параметрами контура вихревых токов.

С учетом взаимоиндукций между контурами вихревых токов и обмотками электромагнитов при дифференциальном законе регулирования уравнения движения ротора в поле осевого электромагнитного подшипника будут иметь вид [13]

$$U\left(k_{IIIIM}N_{Z}+0,5\right) = L_{1}\frac{dI_{1}}{dt} + R_{1}I_{1} + k_{E1}\frac{dz_{P}}{dt} + L_{12}\frac{dI_{2}}{dt} + L_{1B}\frac{dI_{B}}{dt};$$

$$U\left(0,5-k_{IIIM}N_{Z}\right) = L_{2}\frac{dI_{2}}{dt} + R_{2}I_{2} - k_{E2}\frac{dz_{P}}{dt} + L_{21}\frac{dI_{1}}{dt} + L_{2B}\frac{dI_{B}}{dt};$$

$$0 = L_{B1}\frac{dI_{1}}{dt} + L_{B2}\frac{dI_{2}}{dt} + L_{B}\frac{dI_{B}}{dt} + R_{B}I_{B};$$

$$m\frac{d^{2}z_{P}}{dt^{2}} = k_{\mathcal{M}}\left(\frac{I_{1}}{I_{1}+I_{2}}-0,5\right) + k_{F}z_{P} - G_{Z} + F_{BZ},$$
(1.9)

где N_Z – входное управляющее воздействие по каналу z_P ; z_P – перемещение ротора в осевом направлении; L_{1B} , L_{B1} , L_{2B} и L_{B2} – приведенные значения взаимных индуктивностей обмоток электромагнитов и контуров вихревых токов; L_B , R_B и I_B – приведенные значения индуктивности, активного сопротивления контуров вихревых токов и собственно вихревой ток; G_Z – сила веса ротора по оси z_P (если ось ротора расположена вертикально); F_{BZ} – внешняя возмущающая сила, действующая по оси z_P .

Основной недостаток известных математических моделей осевых электромагнитных подшипников с учетом вихревых токов, представленных системами уравнений (1.8) и (1.9) и схемой замещения (рис. 1.2), заключается в том, что ими сложно воспользоваться для структурного и параметрического синтеза регуляторов.

Большое количество моделей электромагнитного подвеса посвящено исследованию движения гибкого ротора в комплекте электромагнитных подшипников, содержащем две радиальных и одну осевую опору [3, 7, 22, 47, 48, 50, 55, 60, 63, 68]. Но и в этих моделях действием вихревых токов пренебрегают.

1.3 Основные принципы построения систем управления электромагнитными подшипниками и методы синтеза регуляторов

Из упрощенной передаточной функции (1.7) следует, что электромагнитный подшипник как радиальный, так и осевой представляет собой неустойчивый объектом управления. Неустойчивость объекта вызвана, прежде всего, наличием положительной обратной связи по перемещению с коэффициентом передачи k_F , физически существующей в электромагнитном подшипнике. Поэтому без системы управления, которая обеспечивает устойчивость, электромагнитные опоры работать в принципе не могут. Структурный синтез системы и выбор параметров регуляторов обеспечивают как устойчивость, так и требуемые статические и динамические характеристики электромагнитного подшипника.

Большое разнообразие подходов к математическому моделированию движения ротора в магнитном поле связано с наличием широкого спектра методик синтеза регуляторов и принципов построения систем управления электромагнитными подшипниками.

В первую очередь следует упомянуть метод обратных задач динамики, с помощью которого добиваются закона свободного движения ротора [7, 10]

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\xi\omega_0\frac{dx}{dt} + \omega_0^2x + d^3\int_0^t xdt = 0, \qquad (1.9)$$

где ω_0 – частота собственных свободных колебаний, ξ – параметр затухания, d – положительное число.

Если предположить, что регулятор может управлять непосредственно токами электромагнитов, то движение объекта будет описываться простым линеаризованным уравнением, вытекающим из (1.1) [7]

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - c_x x = h_I \Delta I , \qquad (1.10)$$

где c_x – коэффициент положительной обратной связи по перемещению; h_I – конструктивный коэффициент подшипника; ΔI – приращение тока в катушке.

Выражая из (1.9) ускорение $\frac{d^2x}{dt^2}$ и подставляя его в (1.10) можно найти требуемый закон регулирования тока в каждом электромагните в функции перемещения ротора. При этом заведомо полагается, что увеличение тока в обмотке одного магнита должно сопровождаться уменьшением тока в другом – противоположном. Решение такой простейшей задачи обратной динамики приводит к тому, что в системе управления должен применяться пропорционально-интегральнодифференциальный (ПИД) регулятор тока [7, 47]

$$W_{\Pi \mu \mu}(p) = \frac{\Delta I(p)}{x(p)} = -\left(k_{\Pi} + T_{\mu}p + \frac{1}{T_{\mu}p}\right)$$

где $k_{II} = \frac{m\omega_0^2 + c_X}{h_I}$ – коэффициент передачи; $T_{II} = \frac{2\xi\omega_0 m}{h_I}$ – постоянная времени

дифференцирования; $T_{II} = \frac{md^3}{h_I}$ – постоянная времени интегрирования.

Линеаризованная структурная схема одного канала управления электромагнитным подшипником при этом выглядит следующим образом (рисунок 1.3) [7, 10, 61]. Для измерения отклонения ротора от центрального положения используется датчик с коэффициентом передачи $k_{дII}$. Величина сигнала задания, как правило, равна $x_3 = 0$.



Рисунок 1.3 – Структурная схема одного канала управления электромагнитным подшипником с ПИД-регулятором тока

По такому принципу были построены аналоговые системы управления электромагнитным подвесом ротора компрессоров газоперекачивающих агрегатов, разработанные ФГУП «НПП ВНИИЭМ» [1, 38 – 45]. Функционально система управления состояла из индуктивных датчиков положения, сигнал которых через фазочувствительный выпрямитель подавался на ПИД-регулятор, формирующий сигнал регулирования токов электромагнитов с помощью двух усилителей мощности (рисунок 1.4).



Рисунок 1.4 – Функциональная схема системы управления магнитным подшипником

В связи с тем, что электромагнитный подшипник является нелинейным объектом управления, в системе использовался компенсатор нелинейности. Фактически усилители мощности регулировали величину напряжения на обмотках электро-

магнитов. Но за счет обратных связей по току усилители мощности превращались в силовые преобразователи токов.

Метод синтеза регуляторов, основанный на решении обратных задач динамики, как правило, не мог обеспечить высокое быстродействие и жесткость электромагнитного подшипника. Поэтому для борьбы с механическими резонансами в систему управления электромагнитным подвесом ротора приходится вводить режекторные фильтры с передаточными функциями вида [47, 48]

$$W_{\phi}(p) = \frac{T_n^2 p^2 + D_n p + 1}{T_d^2 p^2 + D_d p + 1},$$

где T_n^2 , T_d^2 , T_{n3}^2 , D_n и D_d – параметры режекторного фильтра, определяемые из собственных частот гибкого ротора.

Системы управления, приведенные на рисунках 1.3 и 1.4, не учитывают постоянных времени электрических цепей магнитов, которые при больших массах ротора становятся главными инерционностями объекта. Поэтому методом обратных задач динамики синтезируют и регулятор, учитывающий постоянные времени электромагнитов. Желаемый закон свободного движения ротора берут также в соответствии с формулой (1.9). При этом получается более сложный регулятор, которой в известной литературе [7] получил название пропорциональноинтегрально-дифференциально-дифференциального регулятора с обратной связью по току. Структурная схема системы управления электромагнитным подшипником с таким регулятором приведена на рисунке 1.5. На структурной схеме введены новые обозначения: $T_{\mathcal{A}^2}$ – вторая постоянная времени регулятора; $k_{\scriptscriptstyle OCT}$ – коэффициент передачи обратной связи по току; k_{CII} – коэффициент передачи силового преобразователя. Такая система управления была применена для электромагнитного подвеса ротора компрессора газоперекачивающего агрегата при ее цифровой технической реализации, разработанной ФГУП «НПП ВНИИЭМ». Причем, если не считать обратной связи по току, регулятор представляет собой ПИД-регулятора последовательное соединение И пропорциональнодифференциального.



Рисунок 1.5 – Структурная схема системы управления электромагнитным подшипником с управлением напряжениями на обмотках электромагнитов

Тем не менее, применение более сложного закона регулирования не позволило достичь большого быстродействия и жесткости подшипников, поэтому режекторные фильтры опять же были необходимы.

Кроме метода обратных задач динамики применяются и другие методы синтеза регуляторов для электромагнитных подшипников. Например, в работах [7, 9] был использован метод линейно-квадратичной оптимизации. Причем следует отметить, что специально для этого метода была разработана математическая модель электромагнитного подшипника вида (1.3) в пространстве состояний. Как не странно, линейно-квадратичная оптимизация приводит к точно таким же регуляторам, которые были получены методом обратных задач динамики [7].

Для повышения быстродействия электромагнитных подшипников применяются также принципы построения многоконтурных систем с одной измеряемой координатой [19, 30, 31, 50] с соответствующими методами синтеза регуляторов. Функциональная схема двухконтурной системы управления магнитной опоры приведена на рисунке 1.6.



Рисунок 1.6 – Функциональная схема системы управления электромагнитным подшипником, построенной по принципам многоконтурных систем с одной измеряемой координатой

Она содержит два регулятора: интегральный и форсирующий второго порядка, – а также силовой преобразователь, два электромагнита и датчик положения ротора. Этой функциональной схеме соответствует структурная (рисунок 1.7), на основании которой с применением известного метода [19, 50, 76] рассчитываются параметры регуляторов: регуляторов $k_{2\phi}$, $T_{2\phi}$, $\xi_{2\phi}$ и T_{μ} .



Рисунок 1.7 – Структурная схема системы управления электромагнитным подшипником, построенной по принципам многоконтурных систем с одной измеряемой координатой

При синтезе регуляторов двухконтурной системы с одной измеряемой координатой используется упрощенная передаточная функция (1.7) электромагнитного подшипника как объекта управления. Параметры регуляторов рассчитываются по формулам:

$$T_{2\phi} = \sqrt{\frac{mU}{k_E k_{\Im M}}} T_{\Im} ; \ \xi_{2\phi} = \frac{mU}{2k_E k_{\Im M}} ; \ T_{II} = \frac{2k_E}{k_{2\phi} k_{IIIIM} k_{ДII} U} .$$

Величина коэффициента передачи $k_{2\phi}$ в непрерывной системе может выбираться произвольно.

Применение в системах управления электромагнитными опорами принципа построения многоконтурных систем с одной измеряемой координатой позволяет достичь достаточно высокого быстродействия и жесткости подшипников. Поэтому отпадает необходимость в режекторных фильтрах, которые предназначены для демпфирования резонансных явлений, возникающих в гибких роторах при малых жесткостях опор.

Для дальнейшего повышение быстродействия электромагнитных подшипников, что очень актуально для высокоскоростных машин, применяют принципы построения и методы синтеза систем подчиненного регулирования [17, 19, 24, 26]. Функциональная схема системы подчиненного регулирования электромагнитным подшипником содержит датчик положения ротора, пропорциональный (П) регулятор, дифференцирующее звено, ПИД-регулятор, апериодический фильтр, силовой преобразователь и комплект магнитов ЭМ1 и ЭМ2 (рисунок 1.8) [32].



Рисунок 1.8 – Функциональная схема системы управления электромагнитным подшипником, построенной по принципам систем подчиненного регулирования

Этой функциональной схеме соответствует структурная (рисунок 1.9) содержащая два контура регулирования: скорости и положения [19, 50].



Рисунок 1.9 – Структурная схема системы управления электромагнитным подшипником, построенной по принципам систем подчиненного регулирования

Параметры регуляторов скорости $W_{PC}(p)$ и положения $W_{P\Pi}(p)$ выбираются исходя из условия обеспечения технического оптимума [77, 78]. При этом в качестве регулятора скорости требуется использовать последовательное соединение ПИДрегулятора с апериодическим фильтром, а регулятор положения должен быть пропорциональным:

$$W_{PC}(p) = \frac{\left(\frac{mU}{k_E k_{\Im M}} T_{\Im} p^2 + \frac{mU}{k_E k_{\Im M}} p + 1\right)}{2k_1 T_{\mu} p(T_{\mu} p + 1)}, \quad W_{P\Pi}(p) = k_{P\Pi} = \frac{k_{OCC}}{4T_{\mu}},$$

где $k_1 = \frac{Uk_{IIIIM}k_{AII}k_{OCC}}{k_E}$; T_{μ} – постоянная времени апериодического фильтра.

Для организации обратной связи по скорости с коэффициентом передачи k_{occ} применяется дифференцирующее звено, подключенное к выходу датчика положения ротора.

Основным недостатком, ограничивающим быстродействие и жесткость электромагнитного подшипника, как системы подчиненного регулирования, так и многоконтурной системы с одной измеряемой координатой, является то факт, что параметры регуляторов в них выбираются без учета коэффициента k_F положительной обратной связи по перемещению.

В связи с этим был разработан метод синтеза систем управления неустойчивыми объектами [79], которыми являются электромагнитные подшипниками. Использование этого метода для выбора структурного построения и параметрического синтеза регуляторов позволило создать быстродействующую систему управления магнитной опорой, обеспечивающую ее высокую динамическую жесткость [34, 36, 50, 52, 54]. Функциональная схема такой системы отличается наличием трех регуляторов, каждый из которых выполняет свою функцию (рисунок 1.10) [34].



Рисунок 1.10 – Функциональная схема трехконтурной системы управления электромагнитным подшипником

В первом внутреннем контуре (контуре скорости) применен пропорциональнодифференциальный (ПД) регулятор, во втором контуре (контуре положения) – пропорциональный регулятор, а во внешнем (также контуре положения) - интегральный (И).

Структурно трехконтурная система управления электромагнитным подшипником выглядит следующим образом (рисунок 1.11).



Рисунок 1.11 – Структурная схема трехконтурной системы управления электромагнитным подшипником

Пропорционально-дифференциальный регулятор с передаточной функцией

$$W_{\Pi \square}(p) = k_{\Pi \square}(T_{\Pi \square}p+1),$$

где $k_{\Pi II}$ – коэффициент передачи, а $T_{\Pi II}$ – постоянная времени регулятора, обеспечивает компенсацию основной инерционности объекта.

Пропорциональный регулятор с коэффициентом передачи k_{Π} и интегральный регулятор, имеющий постоянную времени T_{Π} , предназначены для приданию электромагнитному подшипнику требуемых динамических и статических свойств.

Параметры регуляторов для так называемого аналогового прототипа системы рассчитываются по следующим аналитическим выражениям [50, 52, 54]

$$T_{\Pi \mu} = 3T_{3};$$

$$k_{\Pi \mu} = k_{\Pi};$$

$$k_{OCC} = 2\xi \sqrt{\frac{m}{3k_{\Pi \Pi M} k_{3M} k_{\Pi}}} - \frac{2m}{9k_{\Pi \mu} k_{10MM} k_{3M} k_{\Pi} T_{3}};$$

$$T_{H} = \frac{2,19(-b + \sqrt{b^{2} - 4ac})}{a},$$
(1.11)

где *ξ* – задаваемый параметр демпфирования колебаний;

$$a = (k_2 - k_F)(m + k_1 T_{\Pi \Pi}) \left(\frac{k_{\Im M} k_E}{U} + k_1 + k_2 T_{\Pi \Pi} - k_F T_{\Im} \right) - m(k_2 - k_F)^2 T_{\Im};$$

$$b = k_2 T_{\Pi \Pi} (m + k_1 T_{\Pi \Pi}) \left(\frac{k_{\Im M} k_E}{U} + k_1 + k_2 T_{\Pi \Pi} - k_F T_{\Im} \right) - 2mk_2 (k_2 - k_F) T_{\Pi \Pi} T_{\Im} - k_2 (m + k_1 T_{\Pi \Pi})^2;$$

$$c = -mT_{\Im}k_{2}^{2}T_{\Pi \square}^{2}; \ k_{1} = k_{\Pi \square}k_{\square \square \square M}k_{\Im M}k_{OCC}k_{\square \square}; \ k_{2} = k_{\Pi}k_{\Pi \square}k_{\square \square \square M}k_{\Im M}k_{\square \square}.$$

Все рассмотренные выше принципы построения систем управления и методы синтеза регуляторов обладают одним основным недостатком – они не учитывают вихревые токи, которые оказывают влияние на работу осевого электромагнитного подшипника, а именно демпфируют управляющее воздействие на высоких частотах [13]. Это приводит к снижению быстродействия и жесткости осевой опоры.

1.4 Обзор дискретных математических моделей цифровых систем управления электромагнитными подшипниками

Современные системы управления электромагнитными подшипниками являются цифровыми, центральным вычислительным ядром которых является мощный программируемый контроллер [28]. Как и все цифровые системы, они обладают эффектами квантования по времени и уровню. Эти явления необходимо учитывать при синтезе регуляторов и анализе статических и динамических свойств электромагнитных подшипников.

Для синтеза регуляторов цифровых систем управления существуют различные подходы, но применительно к электромагнитным опорам в основном ограничиваются двумя методами: финитного управления и непрерывного прототипа.

Применение этих методов требует знания дискретной математической модели процесса перемещения ротора в поле электромагнитов с учетом квантования по времени и так называемого экстраполятора, установленного на входе непрерывной части системы (в данном случае объекта). Для получения дискретных моделей, как правило, используют математический аппарат z-преобразований [80].

Известные работы не отличаются большим разнообразием дискретных математических моделей электромагнитных подшипников как объектов управления. Например, существует модель в виде дискретной передаточной функции [7]

$$H(z) = \frac{x(z)}{I(z)} = \frac{(chT'-1)(z+1)}{z^2 - (2chT')z + 1},$$
(1.12)

где $T' = \frac{T}{\sqrt{\frac{m}{c_x}}}; T$ – период квантования по времени, $z = e^{pT}$ – комплексная пере-

менная.

Формула (1.12) получена для самой простой непрерывной модели (1.10), когда предполагается, что регулятор системы управления может регулировать непосредственно токи электромагнитов. Кроме того, передаточная функция (1.12) соответствует случаю, когда в системе управления применен экстраполятор нулевого порядка, который запоминает выходную величину цифрового регулятора на период T замыкания программного цикла (период дискретизации).

Область применения передаточной функции (1.12) очень мала, поскольку она не учитывает основные инерционности объекта – постоянные времени электрических цепей магнитов.

Наиболее точно отражает поведение электромагнитного подшипника (во всяком случае, радиального) в цифровой системе при управлении напряжениями на обмотках магнитов следующая дискретная передаточная функция [53, 54]

$$W_0(z) = \frac{a_1 z^2 + b_1 z + c_1}{z^3 - (d_1 + 2d_2 \cos\beta T) z^2 + (d_2^2 + 2d_1 d_2 \cos\beta T) z - d_1 d_2^2},$$
(1.13)

где

$$k_{OV} \left\{ (d_{1}-1)T_{HA}^{2} - (1-d_{2}\cos\beta T)(2\xi_{K}T_{K}T_{HA} + T_{K}^{2}) + \frac{d_{2}\sin\beta T}{\beta} \left[\xi_{K}T_{K} + (1-\xi_{K}^{2})T_{HA} \right] \right\}$$

$$a_{1} = \frac{+\frac{d_{2}\sin\beta T}{\beta} \left[\xi_{K}T_{K} + (1-\xi_{K}^{2})T_{HA} \right] \right\}}{2\xi_{K}T_{K}T_{HA} + T_{HA}^{2} + T_{K}^{2}};$$

$$k_{OV} \left\{ 2d_{2}(1-d_{1})T_{HA}^{2}\cos\beta T + (d_{1}+d_{2}\cos\beta T - d_{2}^{2} - d_{1}d_{2}\cos\beta T) \times \left[\xi_{K}T_{K}T_{HA} + T_{K}^{2} - \frac{(1+d_{1})d_{2}\sin\beta T}{\beta} \left[\xi_{K}T_{K} + (1-\xi_{K}^{2})T_{HA} \right] \right\}}{2\xi_{K}T_{K}T_{HA} + T_{HA}^{2} + T_{K}^{2}};$$

$$k_{OV} \left\{ d_{2}^{2} (d_{1} - 1) T_{HA}^{2} + d_{1} d_{2} (d_{2} - \cos \beta T) (2\xi_{K} T_{K} T_{HA} + T_{K}^{2}) + \frac{d_{1} d_{2} \sin \beta T}{\beta} [\xi_{K} T_{K} + (1 - \xi_{K}^{2}) T_{HA}] \right\}$$

$$c_{1} = \frac{+\frac{d_{1} d_{2} \sin \beta T}{\beta} [\xi_{K} T_{K} + (1 - \xi_{K}^{2}) T_{HA}]}{2\xi_{K} T_{K} T_{HA} + T_{HA}^{2} + T_{K}^{2}};$$

$$d_{1} = e^{\frac{T}{T_{HA}}}; d_{2} = e^{-\frac{\xi_{K} T}{T_{K}}}; \beta = \frac{\sqrt{1 - \xi_{K}^{2}}}{T_{K}}.$$

Постоянные времени T_{HA} и T_K , а также коэффициент демпфирования ξ_K определяются из разложения на элементарные динамические звенья непрерывной передаточной функции (1.7).

Однако следует отметить, что формулы (1.12) и (1.13) не учитывают вихревых токов, наводимых в массивах статора и ротора осевого электромагнитного подшипника.

При описании поведения электромагнитного подшипника в цифровой системе управления используют также на разностных уравнениях [7, 72, 74]. Но их применение вызывает затруднения при синтезе регуляторов быстродействующей опоры, обладающей большой динамической и статической жесткостью.

Для синтеза цифровых регуляторов электромагнитного подшипника применяют метод финитного управления [7, 81]. В основу этого метода могут быть положены дискретная передаточная функция (1.12) и заведомое структурное построение системы, например, с обратными связями по току и перемещению [7]. При выборе алгоритма работы и параметров цифрового регулятора пытаются обеспечить знаменатель дискретной передаточной функции замкнутой цифровой системы со всеми нулевыми корнями. Для рассматриваемого примера системы с обратными связями по току и перемещению добиваются знаменателя вида [7]

$$\Delta(z)=z^3.$$

Решение этой задачи приводит к следующему линейному алгоритму работы цифрового регулятора [7]

$$I[n] = -r_0 I[n-1] - \vartheta_1 x[n] + \vartheta_0 x[n-1], \qquad (1.14)$$

где
$$r_0 = \frac{2chT'+1}{2(chT'+1)}, \quad \vartheta_1 = \frac{4ch^2T'+2chT'-1}{2sh^2T'}$$
 и $\vartheta_0 = \frac{2chT'+1}{2sh^2T'}$ – соответствующие

коэффициенты передачи; *n* – текущий такт вычислений.

При этом время переходного процесса в электромагнитном подшипнике будет составлять три такта периода дискретизации.

К сожалению, финитное управление страдает рядом недостатков, которые не позволяют применять его в электромагнитных подшипниках с повышенными требованиями точности поддержания ротора в центральном положении. Действительно, анализ статических свойств системы с финитным регулятором, алгоритм работы которого описывается формулой (1.14), показывает, что она обладает большой ошибкой поддержания ротора в центральном положении. Если ротор расположен горизонтально в комплекте двух радиальных подшипников, то под действием своего веса он сместится от центра более, чем 0,05 мм. Надо учитывать также, что коэффициенты передачи цифрового регулятора, обеспечивающего финитное управление, определяются по параметрам объекта, которые меняют свое значения как в функции перемещения, так и в функции сигналов управления. Следовательно, регулятор должен автоматически менять свои настройки. В противном случае финитное управление будет справедливо только для одного конкретного положения ротора электромагнитного подшипника. Кроме того, подход, применяемый к выбору параметров финитного регулятора, не учитывает ограничение и дискретизацию сигналов по уровню. Поэтому поиск финитного управления напряжениями электромагнитов приводит к неустойчивой нелинейной цифровой системе [51].

Наиболее эффективным способом синтеза регуляторов цифровой системы управления электромагнитным подшипником является метод непрерывного прототипа. Суть метода очень проста и понятна. Вначале производят структурнопараметрический синтез системы управления методами непрерывных систем с требуемыми свойствами. В результате выбирают структурную схему и необходимые типы регуляторов и обратных связей системы. Затем определяют алгоритм работы полученных регуляторов при цифровой технической реализации. На следующем этапе находят дискретные передаточные функции цифровых регуляторов, непрерывной части системы с учетом экстраполятор и всей замкнутой системы. В конечном итоге определяют необходимую величину периода дискретизации и достижимые свойства цифровой системы управления электромагнитным подшипником.

Метод непрерывного прототипа применялся к системе управления магнитной опоре, построенной по принципу многоконтурных систем с одной измеряемой координатой [50]. При переходе к дискретным передаточным функциям структурная схема системы управления принимает вид, приведенный на рисунке 1.12.



Рисунок 1.12 – Структурная схема цифровой системы управления электромагнитным подшипником, построенной по принципу многоконтурных систем с одной измеряемой координатой

Дискретная передаточная функция цифровой двухконтурной системы с датчиком положения ротора равна [50]

$$W_{MCOHK}(z) = \frac{x(z)}{x_{3}(z)} = \frac{b_{07}z^{5} + b_{17}z^{4} + b_{27}z^{3} + b_{37}z^{2} + b_{47}z}{z^{6} + a_{17}z^{5} + a_{27}z^{4} + a_{37}z^{3} + a_{47}z^{2} + a_{57}z + a_{67}},$$
(1.15)
FIGE $a_{17} = -\left[1 + d_{1} + 2d_{2}\cos\beta T - k_{11}k_{AII}\left(1 + \frac{T}{T_{II}}\right)a_{1}\right];$
 $a_{27} = d_{1} + d_{2}^{2} + 2(1 + d_{1})d_{2}\cos\beta T + k_{11}k_{AII}\left[\left(1 + \frac{T}{T_{II}}\right)(a_{1}b_{11} + b_{1}) - a_{1}\right];$

$$\begin{split} a_{37} &= -\left\{ (1+d_1)d_2^2 + 2d_1d_2\cos\beta T - k_{11}k_{JII} \left[\left(1 + \frac{T}{T_{II}} \right) (a_1b_{22} + b_1b_{11} + c_1) - a_1b_{11} - b_1 \right] \right\};\\ a_{47} &= d_1d_2^2 + k_{11}k_{JII} \left[\left(1 + \frac{T}{T_{II}} \right) (b_1b_{22} + c_1b_{11}) - a_1b_{22} - b_1b_{11} - c_1 \right];\\ a_{57} &= k_{11}k_{JII} \left[\left(1 + \frac{T}{T_{II}} \right) c_1b_{22} - b_1b_{22} - c_1b_{11} \right]; \ a_{67} &= -k_{11}k_{JII}c_1b_{22};\\ b_{07} &= \frac{k_{11}T}{T_{II}}a_1; \ b_{17} &= \frac{k_{11}T}{T_{II}}(a_1b_{11} + b_1); \ b_{27} &= \frac{k_{11}T}{T_{II}}(a_1b_{22} + b_1b_{11} + c_1);\\ b_{37} &= \frac{k_{11}T}{T_{II}}(b_1b_{22} + c_1b_{11}); \ b_{47} &= \frac{k_{11}T}{T_{II}}c_1b_{22}; \ k_{11} &= \frac{k_{2\phi}(T_{2\phi}^2 + 2\xi_{2\phi}T_{2\phi}T + T^2)}{T^2}. \end{split}$$

Применение метода непрерывного прототипа для синтеза цифровой системы подчиненного управления электромагнитным подшипником позволил получить ее структурную схему с учетом дискретных передаточных функций (рисунке 1.13) [25, 50].



Рисунок 1.13. – Структурная схема цифровой системы управления электромагнитным подшипником, построенной по принципу подчиненного регулирования координат

Дискретная передаточная функция замкнутой системы подчиненного управления электромагнитным подшипником определяется выражением [50] контура положения с учетом положительной обратной связи

$$\begin{split} W_{C\PiP}(z) &= \frac{x(z)}{x_3(z)} = \frac{b_{00}z^5 + b_{19}z^4 + b_{29}z^3 + b_{39}z^2 + b_{49}z}{z^6 + a_{19}z^5 + a_{29}z^4 + a_{39}z^2 + a_{49}z^2 + a_{59}z + a_{69}}, \end{split} \tag{1.16}$$

$$\begin{aligned} \text{FIGE } a_{19} &= -\left[1 + d_1 + 2d_2\cos\beta T + \frac{T_{\mu}}{T_{\mu} + T} - \frac{k_{22}(4T_{\mu} + T)a_1}{8T_{\mu}^2 T(T_{\mu} + T)k'_{0V}}\right]; \\ a_{29} &= d_1 + d_2^2 + 2(1 + d_1)d_2\cos\beta T + \frac{(1 + d_1 + 2d_2\cos\beta T)T_{\mu}}{T_{\mu} + T} + \frac{k_{22}\left[(4T_{\mu} + T)(b_1 + a_1b_3) - 4T_{\mu}a_1\right]}{8T_{\mu}^2 T(T_{\mu} + T)k'_{0V}}; \\ a_{39} &= -\left\{ \frac{d_1d_2(d_2 + 2\cos\beta T) + d_2^2 + \left[\frac{d_1 + d_2^2 + 2(1 + d_1)d_2\cos\beta T\right]T_{\mu}}{T_{\mu} + T} + \frac{k_{22}\left[4T_{\mu}(b_1 + a_1b_3) - (4T_{\mu} + T)(c_1 + b_1b_3 + a_1c_3)\right]}{8T_{\mu}^2 T(T_{\mu} + T)k'_{0V}} \right\}; \\ a_{49} &= d_1d_2^2 + \frac{\left[\frac{d_1d_2(d_2 + 2\cos\beta T) + d_2^2\right]T_{\mu}}{T_{\mu} + T} + \frac{k_{22}\left[(4T_{\mu} + T)(c_1b_3 + b_1c_3) - (4T_{\mu} + T)(c_1b_3 + a_1c_3)\right]}{8T_{\mu}^2 T(T_{\mu} + T)k'_{0V}} \\ a_{59} &= -\left\{\frac{d_1d_2^2T_{\mu}}{R_{\mu}^2 T(T_{\mu} + T)k'_{0V}}; b_{09} = \frac{k_{22}a_1}{8T_{\mu}^2 T(T_{\mu} + T)k'_{0V}}; b_{19} = \frac{k_{22}(b_1 + a_1b_3)}{8T_{\mu}^2 T(T_{\mu} + T)k'_{0V}k_{2III}}; \\ a_{69} &= -\frac{k_{22}c_1c_3}{2T_{\mu}T(T_{\mu} + T)k'_{0V}}; b_{99} = \frac{k_{22}a_1}{8T_{\mu}^2 (T_{\mu} + T)k'_{0V}k_{2III}}; b_{19} = \frac{k_{22}(b_1 + a_1b_3)}{8T_{\mu}^2 (T_{\mu} + T)k'_{0V}k_{2III}}; \\ b_{29} &= \frac{k_{1}k_{22}(c_1 + b_1b_3 + a_{10})}{8T_{\mu}^2 (T_{\mu} + T)k'_{0V}k_{2III}}; b_{49} = \frac{k_{22}c_1c_3}{8T_{\mu}^2 (T_{\mu} + T)k'_{0V}k_{2III}}; \\ k_{\mu} &= \text{поправочный коэффициент, величина которого зависит от выбранного пе-1.25 \\ \end{array}$$

 k_T – поправочный коэффициент, величина которого зависит от выбранного периода дискретизации T.

Цифровая трехконтурная система управления электромагнитным подшипником также была синтезирована методом непрерывного прототипа. Структурная схема (рисунок 1.14) позволила найти дискретную передаточную функцию электромагнитного подшипника по отношению к управляющему воздействию [50, 54]


Рисунок 1.14 – Структурная схема цифровой трехконтурной системы управления электромагнитным подшипником

$$\begin{split} W_{312}(z) &= \frac{x(z)}{x_3(z)} = \frac{b_{012}z^5 + b_{112}z^4 + b_{212}z^3 + b_{312}z^2}{z^6 + a_{112}z^5 + a_{212}z^4 + a_{312}z^3 + a_{412}z^2 + a_{512}z + a_{612}}, \end{split}$$
(1.17)

$$\begin{split} \text{ГДе } b_{012} &= \frac{k_{222}a_1(T_{IJJI} + T)}{k_{AII}T_{II}}; \ b_{112} &= \frac{k_{222}}{k_{AII}T_{II}} \Big[(b_1 - a_1)T_{IJII} + b_1T \Big]; \ k_{111} &= k_{IJII}k_{OCC}k_{AIII}; \end{split} \\ b_{212} &= -\frac{k_{222}}{k_{AII}T_{II}} \Big[(b_1 - c_1)T_{IIII} - c_1T \Big]; \ b_{312} &= -\frac{k_{222}c_1T_{IIII}}{k_{AIII}T_{II}}; \ k_{222} &= k_{II}k_{IIIII}k_{AIII}; \end{aligned} \\ a_{112} &= - \Big[1 + d_1 + 2d_2\cos\beta T - \frac{(k_{111} + k_{222}T)a_1(T_{IIII} + T)}{T^2} - \frac{k_{222}a_1(T_{IIII} + T)}{T_{III}} \Big]; \end{aligned} \\ a_{212} &= d_1 + d_2^2 + 2(d_1 + 1)d_2\cos\beta T + \frac{k_{111}\Big[(b_1 - 3a_1)T_{IIII} + (b_1 - 2a_1)T \Big]}{T^2} + \frac{k_{222}\Big[(b_1 - 2a_1)T_{IIII} + (b_1 - a_1)T \Big]}{T} + \frac{k_{222}\Big[(b_1 - a_1)T_{IIII} + b_1T \Big]}{T_{III}} \Biggr]; \end{split}$$

$$a_{312} = - \begin{cases} (a_1 + 1)a_2 + 2a_1a_2\cos pT + \frac{T^2}{T} + \frac{T^2}{4} + \frac{k_{222}\left[(2b_1 - a_1 - c_1)T_{\Pi\Pi} + (b_1 - c_1)T\right]}{T} + \frac{k_{222}\left[(b_1 - c_1)T_{\Pi\Pi} - c_1T\right]}{T} + \frac{k_{222}\left[(b_1 - c_1)T_{\Pi\Pi} - c_1T\right]}{T} \end{cases};$$

$$\begin{split} a_{412} &= d_1 d_2^2 + \frac{k_{111} \Big[(3b_1 - a_1 - 3c_1) T_{\Pi II} + (b_1 - 2c_1) T \Big]}{T^2} + \\ &+ \frac{k_{222} \Big[(b_1 - 2c_1) T_{\Pi II} - c_1 T \Big]}{T} - \frac{k_{222} c_1 T_{\Pi II}}{T_{II}} \\ a_{512} &= - \left\{ \frac{k_{111} \Big[(b_1 - 3c_1) T_{\Pi II} - c_1 T \Big]}{T^2} - \frac{k_{222} c_1 T_{\Pi II}}{T} \right\}; \ a_{612} &= - \frac{k_{111} c_1 T_{\Pi II}}{T^2}. \end{split}$$

Дискретные передаточные функция (1.15), (1.16) и (1.17) позволяет исследовать устойчивость цифровой системы управления электромагнитным подшипником, корректно определить период дискретизации и на этапе проектировании определить достижимые жесткостные свойства магнитной опоры.

Однако, приведенные дискретные математические модели (1.12) – (1.17) не учитывают вихревых токов, что очень актуально для осевых электромагнитных подшипников.

В некоторых работах [61, 74] поступают значительно проще и используют при параметрическом синтезе регуляторов цифровой системы управления электромагнитным подшипником метод моделирования в программной среде Matlab Simulink. При этом в расчетной модели объект представляют непрерывным и подключают к нему цифровой регулятор и экстраполятор. Параметры дискретной передаточной функции регулятора определяют методом подбора.

Следует отметить, что моделирование цифровой системы, например, в программе Matlab Simulink в любом случае необходимо, поскольку адекватного математического аппарата, учитывающего квантование сигналов по уровню, на современном этапе развития не существует. В частности, моделирование позволяет определить колебания ротора в воздушном зазоре электромагнитного подшипника, вызванного квантованием по уровню. Исследования показывают, что при малых периодах дискретизации по времени квантование сигналов по уровню вызывает большие амплитуды колебания ротора относительно центра [28]. Поэтому актуально найти такие режимы работы цифровых регуляторов, которые позволили бы снизить вибрацию ротора в электромагнитном подшипнике.

1.5 Цели и задачи исследования

Анализ работ [1 – 74] в области создания и исследования осевых электромагнитных подшипников, приведенный выше, позволяет сделать следующие выводы:

- 1. Отсутствуют пригодные для синтеза регуляторов математические модели осевых электромагнитных подшипников с учетов вихревых токов.
- 2. Синтез регуляторов электромагнитных подшипников, в том числе и осевых, производится без учета вихревых токов.
- 3. Вихревые токи на высоких частотах оказывает существенное влияние на быстродействие, жесткость и несущую способность осевого подшипника.
- Дискретных математических модель осевых электромагнитных подшипников с учетом вихревых токов при цифровой технической реализации их систем управления не существует.
- Дискретизация сигналов по уровню в цифровых системах управления электромагнитными подшипниками приводит к большим колебаниям ротора относительно центрального положения.

В связи с этим целью исследования является параметрический синтез цифровых регуляторов осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов, обеспечивающий высокое быстродействие, динамическую жесткость и малые колебания ротора.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- Разработать уточненную математическую модель процесса перемещения ротора в магнитном поле осевого подшипника, учитывающую вихревые токи и закон управления напряжениями на обмотках электромагнитов.
- Провести параметрический синтез регуляторов непрерывного прототипа систем управления осевым электромагнитным подшипником с учетом вихревых токов.

- Разработать дискретные математические модели осевого электромагнитного подшипника с учетом процесса квантования по времени при цифровой технической реализации регуляторов.
- 4. Определить зависимость параметров настроек цифровых регуляторов в функции периода дискретизации по времени.
- 5. Разработать метод повышения надежности работы электромагнитных подшипников за счет снижения колебаний ротора, вызванных дискретизацией сигналов по уровню.

1.6 Выводы по первой главе

1. Выявлена основная конструктивная особенность осевых электромагнитных подшипников, заключающаяся в изготовлении магнитопроводов статора и ротора из массивных ферромагнитных материалов, что приводит к наличию значительных вихревых токов.

2. Проведен обзор известных математических моделей осевых электромагнитных подшипников, проанализированы их основные достоинства и недостатки.

3. Рассмотрены существующие принципы построения систем управления электромагнитными подшипниками и методы синтеза их регуляторов. Показано, что они не учитывают влияние вихревых токов, характерное для осевых подшипников.

4. Проведен обзор дискретных математических моделей цифровых систем управления электромагнитными подшипниками. Показано, что моделей, учитывающих как дискретный характер передачи воздействий, так и вихревые токи, не существует.

5. Сформулированы цели и задачи исследования, направленного на создание цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником с учетом вихревых токов.

2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОСЕВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОДШИПНИКА С УЧЕТОМ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ

2.1 Уравнения движения ротора и структурные схемы осевого электромагнитного подшипника как объекта управления с учетом вихревых токов

Движение ротора в поле электромагнитов осевого подшипника описывается системой уравнений (1.9) [13, 82]:

$$U(k_{IIIIMM}N_{Z}+0,5) = L_{1}\frac{dI_{1}}{dt} + R_{1}I_{1} + k_{E1}\frac{dZ_{P}}{dt} + L_{12}\frac{dI_{2}}{dt} + L_{1B}\frac{dI_{B}}{dt};$$

$$U(0,5-k_{IIIIMM}N_{Z}) = L_{2}\frac{dI_{2}}{dt} + R_{2}I_{2} - k_{E2}\frac{dZ_{P}}{dt} + L_{21}\frac{dI_{1}}{dt} + L_{2B}\frac{dI_{B}}{dt};$$

$$0 = L_{B1}\frac{dI_{1}}{dt} + L_{B2}\frac{dI_{2}}{dt} + L_{B}\frac{dI_{B}}{dt} + R_{B}I_{B};$$

$$m\frac{d^{2}Z_{P}}{dt^{2}} = k_{3M}\left(\frac{I_{1}}{I_{1}+I_{2}}-0,5\right) + k_{F}Z_{P} - G_{Z} + F_{BZ},$$

$$(2.1)$$

Значения приведенных взаимных индуктивностей, активных сопротивлений контуров и самих приведенных вихревых токов в массивах магнитопроводов определяются по результатам численного моделирования магнитного поля в нестационарных режимах [14].

Система уравнений (2.1) составлена в предположении, что управление напряжениями на обмотках электромагнитов осуществляется по дифференциальному закону с помощью широтно-импульсного модулятора, когда увеличение напряжения на одной обмотке приводит к соответствующему уменьшению напряжения на другой. Причем при нулевом сигнале N_Z на входе широтно-импульсного модулятора на его выходе формируется сигнал со скважностью 0,5, что создает равные напряжения на обмотках осевого электромагнитного подшипника.

Системе уравнений (2.1) соответствует нелинейная структурная схема процесса перемещения ротора в поле осевого электромагнитного подшипника [82] (рисунок 2.1).



Рисунок 2.1 – Нелинейная структурная схема процесса перемещения ротора в поле осевого электромагнитного подшипника

Здесь введены новые обозначения:
$$T_1 = \frac{L_1}{R_1}$$
; $T_2 = \frac{L_2}{R_2}$; $T_B = \frac{L_B}{R_B}$; $p = \frac{d}{dt}$

Нелинейность структурной схемы и системы уравнений (2.1) объясняется, прежде всего, наличием операции деления, а также нелинейной зависимостью коэффициента передачи $k_{\rm 3M}$ в функции соотношения токов I_1 и I_2 . Следует также отметить, что практически все параметры осевого электромагнитного подшипника переменны и являются функциями отклонения ротора от центрального положения и величины сигнала управления.

Переходя к малым приращениям, произведем линеаризацию системы уравнений (2.1) в районе некоторой рабочей точки, характеризуемой начальными значениями токов в обмотках электромагнитов I_{10} и I_{20} :

42

$$Uk_{IIIIIM} \Delta N_{Z} = R_{1} (T_{1}p+1) \Delta I_{1} + k_{E1}p \Delta z_{P} + L_{12}p \Delta I_{2} + L_{1B}p \Delta I_{B};$$

$$-Uk_{IIIIIM} \Delta N_{Z} = R_{2} (T_{2}p+1) \Delta I_{2} - k_{E2}p \Delta z_{P} + L_{21}p \Delta I_{1} + L_{2B}p \Delta I_{B};$$

$$0 = L_{B1}p \Delta I_{1} + L_{B2}p \Delta I_{2} + R_{B} (T_{B}p+1) \Delta I_{B};$$

$$mp^{2} \Delta z_{P} = k_{\mathcal{H}} \left[\frac{I_{20}}{(I_{10}+I_{20})^{2}} \Delta I_{1} - \frac{I_{10}}{(I_{10}+I_{20})^{2}} \Delta I_{2} \right] + k_{F} \Delta z_{P} + \Delta F_{BZ}.$$
(2.2)

В соответствии с системой уравнений (2.2) разработана линеаризованная структурная схема процесса перемещения ротора в поле осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов [82] (рисунок 2.2).



Рисунок 2.2 – Линеаризованная структурная схема процесса перемещения ротора в поле осевого электромагнитного подшипника

Отличительной особенностью полученной структурной схемы является большое количество перекрестных связей.

2.2 Непрерывные передаточные функции осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов

Наличие множества перекрестных связей не позволяет найти передаточную функцию осевого электромагнитного подшипника как объекта управления методом структурных преобразований. Поэтому, прежде всего, применяя принцип суперпозиции [83], приравняем нулю входное воздействие ΔF_{BZ} . После этого найдем из (2.2) зависимость выходной величины Δz_p от управляющего воздействия ΔN_Z . Для этого из третьего уравнения (2.2) выразим приращение вихревого тока

$$\Delta I_B = -\frac{L_{B1}p\Delta I_1 + L_{B2}p\Delta I_2}{\left(T_Bp + 1\right)R_B}$$

и подставим его в первое и второе уравнения:

$$R_{1}(T_{1}p+1)\Delta I_{1} + L_{12}p\Delta I_{2} - \frac{L_{B1}L_{1B}p^{2}}{(T_{B}p+1)R_{B}}\Delta I_{1} - \frac{L_{B2}L_{1B}p^{2}}{(T_{B}p+1)R_{B}}\Delta I_{2} =$$

$$= Uk_{IIIIM}\Delta N_{Z} - k_{E1}p\Delta z_{P};$$

$$R_{2}(T_{2}p+1)\Delta I_{2} + L_{21}p\Delta I_{1} - \frac{L_{B1}L_{2B}p^{2}}{(T_{B}p+1)R_{B}}\Delta I_{1} - \frac{L_{B2}L_{2B}p^{2}}{(T_{B}p+1)R_{B}}\Delta I_{2} =$$

$$= -(Uk_{IIIIM}\Delta N_{Z} - k_{E2}p\Delta z_{P});$$

$$mp^{2}\Delta z_{P} = k_{3M} \left[\frac{I_{20}}{(I_{10}+I_{20})^{2}}\Delta I_{1} - \frac{I_{10}}{(I_{10}+I_{20})^{2}}\Delta I_{2} \right] + k_{F}\Delta z_{P}.$$
(2.3)

)

Теперь из первого уравнения (2.3) найдем приращение тока в первом электромагните

$$\Delta I_{1} = \frac{\left(Uk_{IIIIM}\Delta N_{Z} - k_{E1}p\Delta z_{P}\right)\left(T_{B}p + 1\right)R_{B}}{A_{1}} - \frac{B_{2}p}{A_{1}}\Delta I_{3},$$
(2.4)

где $A_1 = (T_1 p + 1)(T_B p + 1)R_1R_B - L_{B1}L_{1B}p^2$, $B_2 = L_{12}(T_B p + 1)R_B - L_{B2}L_{1B}p$.

Подставим (2.4) во второе и третье уравнения системы (2.3)

$$\left(A_{1}A_{2} - B_{1}B_{2}p^{2} \right) \Delta I_{2} = -(T_{B}p+1)R_{B} \times \\ \times \left[(A_{1} + B_{1}p)Uk_{IIIIM} \Delta N_{Z} - (A_{1}k_{E2}p + B_{1}k_{E1}p^{2})\Delta z_{P} \right]; \\ (mp^{2} - k_{F})\Delta z_{P} = k_{\mathcal{M}} \left\{ \frac{(Uk_{IIIIM} \Delta N_{Z} - k_{E1}p\Delta z_{P})(T_{B}p+1)R_{B}I_{20}}{A_{1}(I_{10} + I_{20})^{2}} - \right\}$$

$$- \left[\frac{I_{20}B_{2}p}{A_{1}(I_{10} + I_{20})^{2}} + \frac{I_{10}}{(I_{10} + I_{20})^{2}} \right] \Delta I_{2} \right\},$$

$$(2.5)$$

где $A_2 = (T_2 p + 1)(T_B p + 1)R_2R_B - L_{B2}L_{2B}p^2$, $B_1 = L_{21}(T_B p + 1)R_B - L_{B1}L_{2B}p$.

Из первого уравнения (2.5) следует, что приращение тока во втором электромагните равно

$$\Delta I_{2} = -\frac{(T_{B}p+1)R_{B}\left[(A_{1}+B_{1}p)Uk_{IIIIM}\Delta N_{Z}-(A_{1}k_{E2}p+B_{1}k_{E1}p^{2})\Delta z_{P}\right]}{A_{1}A_{2}-B_{1}B_{2}p^{2}}.$$
 (2.6)

Подставив (2.6) во второе уравнение (2.5), найдем зависимость приращения перемещения Δz_P ротора в осевом направлении от заданного значения управляющего воздействия ΔN_Z на входе широтно-импульсного модулятора [82]

$$\left(a_{0}p^{5} + a_{1}p^{4} + a_{2}p^{3} + a_{3}p^{2} + a_{4}p - 1\right)\Delta z_{P} = k_{OV}^{BT}\left(b_{0}p^{2} + b_{1}p + 1\right)\Delta N_{Z}, \qquad (2.7)$$

где
$$k_{OY}^{BT} = \frac{k_{IIIIIM} k_{3M} U (I_{10}R_1 + I_{20}R_2)}{k_F R_1 R_2 (I_{10} + I_{20})^2};$$

 $b_0 = \frac{\left[I_{10} (R_1 T_1 + L_{21}) + I_{20} (R_2 T_2 + L_{12})\right] T_B}{I_{10} R_1 + I_{20} R_2} - \frac{(L_{1B} + L_{2B}) (I_{10} L_{B1} + I_{20} L_{B2})}{(I_{10} R_1 + I_{20} R_2) R_B};$
 $b_1 = \frac{I_{10} \left[(T_1 + T_B) R_1 + L_{21} \right] + I_{20} \left[(T_2 + T_B) R_2 + L_{12} \right]}{I_{10} R_1 + I_{20} R_2};$
 $a_0 = \frac{m}{k_F} \left(T_1 T_2 T_B - \frac{L_{12} L_{2B} L_{B1} + L_{21} L_{1B} L_{B2} - L_{12} L_{21} T_B R_B - L_{1B} L_{B1} T_2 R_2 - L_{2B} L_{B2} T_1 R_1}{R_1 R_2 R_B} \right);$
 $a_1 = \frac{m}{k_F} \left[T_1 T_2 + (T_1 + T_2) T_B - \frac{L_{1B} L_{B1} R_2 + L_{2B} L_{B2} R_1 + L_{12} L_{21} R_B}{R_1 R_2 R_B} \right];$

$$\begin{aligned} & k_{\mathcal{M}}I_{10}\Big[\left(k_{E2}R_{1}T_{1}+k_{E1}L_{21}\right)R_{B}T_{B}-L_{B1}\left(k_{E2}L_{1B}+k_{E1}L_{2B}\right)\Big]+\\ & a_{2}=\frac{m\left(T_{1}+T_{2}+T_{B}\right)}{k_{F}}+\frac{+k_{\mathcal{M}}I_{20}\Big[\left(k_{E1}R_{2}T_{2}+k_{E2}L_{12}\right)R_{B}T_{B}-L_{B2}\left(k_{E2}L_{1B}+k_{E1}L_{2B}\right)\Big]}{\left(I_{10}+I_{20}\right)^{2}k_{F}R_{1}R_{2}R_{B}}-;\\ & -T_{1}T_{2}T_{B}-\frac{L_{12}L_{2B}L_{B1}+L_{21}L_{1B}L_{B2}-L_{12}L_{21}T_{B}R_{B}-L_{1B}L_{B1}T_{2}R_{2}-L_{2B}L_{B2}T_{1}R_{1}}{R_{1}R_{2}R_{B}}\\ & a_{3}=\frac{m}{k_{F}}+\frac{L_{12}L_{21}R_{B}+L_{1B}L_{B1}R_{2}+L_{2B}L_{B2}R_{1}}{R_{1}R_{2}R_{B}}-T_{1}T_{2}-T_{B}\left(T_{1}+T_{2}\right)+\\ & +\frac{k_{\mathcal{M}}I_{10}\Big[\left(T_{1}+T_{B}\right)k_{E2}R_{1}+k_{E1}L_{21}\Big]+k_{\mathcal{M}}I_{20}\Big[\left(T_{2}+T_{B}\right)k_{E1}R_{2}+k_{E2}L_{12}\Big]}{\left(I_{10}+I_{20}\right)^{2}k_{F}R_{1}R_{2}}\\ & a_{4}=\frac{k_{\mathcal{M}}\left(I_{10}k_{E2}R_{1}+I_{20}k_{E1}R_{2}\right)}{\left(I_{10}+I_{20}\right)^{2}k_{F}R_{1}R_{2}}-\left(T_{1}+T_{2}+T_{B}\right). \end{aligned}$$

Переходя в (2.7) к преобразованиям Лапласа и обозначая $z_p(p) = L\{\Delta z_p\},$ $N_Z(p) = L\{\Delta N_Z\},$ где L – условное обозначение операции перехода от оригиналов к изображениям [84], найдем передаточную функцию осевого электромагнитного подшипника как объекта управления с учетом вихревых токов [82]

$$W_{OY}^{BT}(p) = \frac{z_P(p)}{N_Z(p)} = \frac{k_{OY}^{BT}(b_0 p^2 + b_1 p + 1)}{a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p - 1},$$
(2.8)

где *р* – комплексная переменная.

Формула (2.8) позволяет анализировать влияние вихревых токов, начального положение ротора и величины управляющего воздействия на динамические свойства осевого электромагнитного подшипника, что имеет исключительно важную роль при синтезе регуляторов системы управления.

Приравнивая в (2.2) управляющее воздействие ΔN_Z нулю и производя действия, аналогичные приведенным выше, можно найти передаточную функцию объекта управления (процесса перемещения ротора в магнитном поле осевого подшипника) по отношению к возмущающей силе F_{BZ} :

$$W_{OV,BO3M}^{BT}(p) = \frac{z_P(p)}{F_{BZ}(p)} = \frac{k_{OV,BO3M}^{BT} \left(b_{010} p^3 + b_{110} p^2 + b_{210} p + 1 \right)}{a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p - 1},$$
(2.9)

где $k_{OV.BO3M}^{BT} = \frac{1}{k_F};$

$$b_{010} = T_1 T_2 T_B + \frac{L_{21} L_{1B} L_{B2} + L_{12} L_{2B} L_{B1}}{R_1 R_2 R_B} - \frac{T_1 L_{2B} L_{B2}}{R_2 R_B} - \frac{T_2 L_{1B} L_{B1}}{R_1 R_B} - \frac{T_B L_{12} L_{21}}{R_1 R_2};$$

$$b_{110} = T_1 T_2 + (T_1 + T_2) T_B - \frac{L_{2B} L_{B2}}{R_2 R_B} - \frac{L_{1B} L_{B1}}{R_1 R_B} - \frac{L_{12} L_{21}}{R_1 R_2};$$

$$b_{210} = T_1 + T_2 + T_2 + T_3.$$

Следует отметить, что полученные передаточные функции (2.8) и (2.9) с точностью до обозначений справедливы также для описания движения ротора в магнитном поле радиальных подшипников.

Анализ передаточных функций (2.8) и (2.9) позволяет сделать вывод, что электромагнитный подшипник как объект управления с учетом вихревых токов представляет динамическое звено пятого порядка, причем принципиально неустойчивое. Значения коэффициентов передаточных функций в силу нелинейности объекта переменны и зависят от положения ротора и величины токов в электромагнитах.

Большой интерес при синтезе регуляторов системы управления электромагнитными подшипниками имеет разложение знаменателя полученных передаточных функций на элементарные звенья. Поскольку порядок знаменателя довольнотаки высок, а коэффициенты передаточных функций переменны, для решения этой задачи воспользуемся численными методами решения алгебраических уравнений и компьютерным моделированием.

2.3 Компьютерное моделирование движения ротора в поле осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов

Для численного моделирования полученных передаточных функций с учетом вихревых токов воспользуемся данными осевого электромагнитного подшипника, спроектированного для турбонагнетателя ТК41В-26 железнодорожного дизеля с массой ротора 36 кг [13, 15].

При центральном положении ротора и равных токах в обмотках электромагнитов осевой электромагнитный подшипник для турбонагнетателя имеет следующие параметры: $k_{E1} = k_{E2} = 3476$ Bc/м; $k_{3M} = 13000$ H; $k_F = 2130000$ H/м; m = 36 кг; U = 57,7 B; $k_{IIIIIM} = 4,888 \cdot 10^{-4}$; $L_1 = L_2 = 2,07$ Гн; $R_1 = R_2 = 25,087$ Ом; $T_1 = T_2 = 0,0825$ с; $L_B = 0,147$ Гн; $R_B = 85$ Ом; $T_B = 1,685 \cdot 10^{-3}$ с; $L_{12} = L_{21} = 0,2$ Гн; $L_{1B} = L_{B1} = L_{2B} = L_{B2} = 0,02$ Гн; $I_{10} = I_{20} = 1,15$ А. Подстановка этих данных в формулу (2.8) позволяет получить численные значения передаточной функции по управляющему воздействию с учетом вихревых токов

$$W_{OV.LEHTP}^{BT_{-05}}(p) = \frac{2,983 \cdot 10^{-6} \left(1,527 \cdot 10^{-4} p^2 + 0,09217 p + 1\right)}{1,962 \cdot 10^{-10} p^5 + 1,187 \cdot 10^{-7} p^4 + 4,74 \cdot 10^{-5} p^3 - 10^{-6},607 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,20097 p - 1}$$
(2.10)

Решение характеристического уравнения

1,962 · 10⁻¹⁰ p^5 + 1,187 · 10⁻⁷ p^4 + 4,74 · 10⁻⁵ p^3 – 6,607 · 10⁻³ p^2 + 0,20097 p – 1 = 0 передаточной функции (2.10) дает следующие корни: p_1 = 69,148; p_2 = 37,41; p_3 = 6,172; $p_{4,5}$ = –358,843 ± j436,428. Корни числителя при этом равны: p_{11} = –594,903; p_{22} = –11,051. Следовательно, передаточную функцию (2.10) можно представить в виде

$$W_{OV.LEHTP}^{BT_{-05}}(p) = \frac{k_{OV}^{BT}(T_{11}p+1)(T_{22}p+1)}{(T_{HA1}p-1)(T_{HA2}p-1)(T_{HA3}p-1)(T_{K}^{2}p^{2}+2\xi_{K}T_{K}p+1)},$$
(2.11)

где $k_{OV}^{BT} = 2,983 \cdot 10^{-6}$ м/дискрета; $T_{11} = 1,681 \cdot 10^{-3}$ c; $T_{22} = 0,0905$ c; $T_{HA1} = 0,0145$ c; $T_{HA2} = 0,0267$ c; $T_{HA3} = 0,162$ c; $T_{K} = 1,77 \cdot 10^{-3}$ c; $\xi_{K} = 0,6351$.

В центральном положении ротора при подаче максимального тока в один из электромагнитов при нулевом токе в другом, то есть при $I_{10} = 2,3$ A и $I_{20} = 0$ A изменятся некоторые параметры подшипника, а именно: $k_{3M} = 7814$ H; $k_F = 1180977$ H/M; $L_1 = 1,587$ Гн; $L_2 = 2,102$ Гн; $T_1 = 0,0633$ c; $T_2 = 0,0838$ c. При этом передаточная функция (2.8) будет иметь следующие численные значения:

$$W_{OY.LEHTP}^{BT_{-1}}(p) = \frac{3,234 \cdot 10^{-6} \left(1,197 \cdot 10^{-4} p^2 + 0,07292 p + 1\right)}{2,763 \cdot 10^{-10} p^5 + 1,672 \cdot 10^{-7} p^4 + 4,342 \cdot 10^{-5} p^3 - 1}.$$

$$-5,112 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,24986 p - 1$$

$$(2.12)$$

Корни характеристического уравнения

 $2,763 \cdot 10^{-10} p^5 + 1,672 \cdot 10^{-7} p^4 + 4,342 \cdot 10^{-5} p^3 - 5,112 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,24986 p - 1 = 0$ передаточной функции (2.12) равны: $p_1 = 4,38$; $p_{2,3} = 46,22 \pm j40,043$; $p_{4,5} = -350,948 \pm j312,738$. Корни числителя при этом равны: $p_{11} = -595,317$; $p_{22} = -14,038$. Вид корней позволяет сделать вывод, что передаточную функцию (2.12) можно записать следующим образом:

$$W_{OY.LEHTP}^{BT_{-1}}(p) = \frac{k_{OY}^{BT}(T_{11}p+1)(T_{22}p+1)}{(T_{HA}p-1)(T_{HK}^{2}p^{2}-2\xi_{HK}T_{HK}p+1)(T_{K}^{2}p^{2}+2\xi_{K}T_{K}p+1)}, \qquad (2.13)$$

где $k_{OV}^{BT} = 3,234 \cdot 10^{-6}$ м/дискрета; $T_{11} = 1,68 \cdot 10^{-3}$ c; $T_{22} = 0,0712$ c; $T_{HA} = 0,2283$ c; $T_{HK} = 0,0164$ c; $\xi_{HK} = 0,7558$; $T_K = 2,127 \cdot 10^{-3}$ c; $\xi_K = 0,7466$.

Когда ротор находится на страховочном подшипнике и в электромагниты поданы равные токи $I_{10} = I_{20} = 1,15$ А параметры осевого подшипника равны: $k_{E1} = 2571$ Bc/м; $k_{E2} = 4378$ Bc/м; $k_{3M} = 7545$ H; $k_F = 2130000$ H/м; $L_1 = 1,523$ Гн; $L_2 = 2,907$ Гн; $T_1 = 0,0608$ c; $T_2 = 0,1159$ c; $L_{1B} = L_{B1} = 0,015$ Гн; $L_{2B} = L_{B2} = 0,028$ Гн. Подстановка этих данных в формулу (2.8) позволяет получить следующую передаточную функцию

$$W_{OY.CTP}^{BT_{05}}(p) = \frac{1,731 \cdot 10^{-6} \left(1,618 \cdot 10^{-4} p^{2} + 0,09795 p + 1\right)}{2,027 \cdot 10^{-10} p^{5} + 1,228 \cdot 10^{-7} p^{4} + 2,323 \cdot 10^{-5} p^{3} - .$$

$$-7,024 \cdot 10^{-3} p^{2} + 0,035 p - 1$$

$$(2.14)$$

Передаточная функция (2.14) имеет характеристическое уравнение

2,027 ·10⁻¹⁰ p^5 +1,228 ·10⁻⁷ p^4 +2,323 ·10⁻⁵ p^3 -7,024 ·10⁻³ p^2 +0,035p -1=0. Его корни равны: $p_1 = 148,648$; $p_{2,3} = 2,279 \pm j11,792$; $p_{4,5} = -379,619 \pm j293,233$. Числитель в (2.14) имеет следующие корни: $p_{11} = -595,03$; $p_{22} = -10,387$. Следовательно, передаточная функция (2.14) будет иметь вид, аналогичный формуле (2.13), в которой $k_{OV}^{BT} = 1,731 \cdot 10^{-6}$ м/дискрета; $T_{11} = 1,68 \cdot 10^{-3}$ с; $T_{22} = 0,0963$ с; $T_{HA} = 6,727 \cdot 10^{-3}$ с; $T_{HK} = 0,0833$ с; $\xi_{HK} = 0,1898$; $T_K = 2,085 \cdot 10^{-3}$ с; $\xi_K = 0,7914$.

При нахождении ротора в районе страховочного подшипника при $I_{10} = 2,3$ А и $I_{20} = 0$ А электромагнитные свойства осевого подшипника характеризуются следующими параметрами: $k_{E1} = 2571$ Bc/м; $k_{E2} = 4378$ Bc/м; $k_{3M} = 4449$ H; $k_F = 1180977$ H/м; $L_1 = 1,403$ Гн; $L_2 = 1,9$ Гн; $T_1 = 0,0559$ c; $T_2 = 0,0757$ c; $L_{1B} = L_{B1} = 0,014$ Гн; $L_{2B} = L_{B2} = 0,018$ Гн. При этом формула (2.8) будет выглядеть следующим образом

$$W_{OV.CTP}^{BT_{-1}}(p) = \frac{1,841 \cdot 10^{-6} (1,075 \cdot 10^{-4} p^2 + 0,06558 p + 1)}{2,213 \cdot 10^{-10} p^5 + 1,339 \cdot 10^{-7} p^4 + 2,619 \cdot 10^{-5} p^3 - .$$

$$-4,154 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,15249 p - 1$$

$$(2.15)$$

Характеристическое уравнение в(2.15)

2,213·10⁻¹⁰ p^5 +1,339·10⁻⁷ p^4 +2,619·10⁻⁵ p^3 -4,154·10⁻³ p^2 +0,15249p -1=0. имеет корни: p_1 = 8,354; $p_{2,3}$ = 50,97 ± j13,987; $p_{4,5}$ = -357,81 ± j256,163. Корни числителя в (2.14) равны: p_{11} = -594,603 ; p_{22} = -15,649. Отсюда вытекает, что передаточную функцию (2.15) также будет иметь вид, аналогичный формуле (2.13), причем k_{OV}^{BT} = 1,841·10⁻⁶ м/дискрета; T_{11} = 1,681·10⁻³ c; T_{22} = 0,0639 c;

 $T_{HA} = 0,1197$ c; $T_{HK} = 0,0189$ c; $\xi_{HK} = 0,9643$; $T_{K} = 2,272 \cdot 10^{-3}$ c; $\xi_{K} = 0,8131$.

Подстановка параметров осевого электромагнитного подшипника при различных положениях ротора и соотношениях токов в формулу (2.9) позволяет сделать вывод, что его передаточную функцию по отношению к возмущающей внешней силе можно представить или в виде

$$W_{OY.BO3M}^{BT}(p) = \frac{k_{OY.BO3M}^{BT}(T_{111}p+1)(T_{222}p+1)(T_{333}p+1)}{(T_{HA1}p-1)(T_{HA2}p-1)(T_{HA3}p-1)(T_{K}^{2}p^{2}+2\xi_{K}T_{K}p+1)},$$
(2.16)

ИЛИ

$$W_{OY.BO3M}^{BT}(p) = \frac{k_{OY.BO3M}^{BT}(T_{111}p+1)(T_{222}p+1)(T_{333}p+1)}{(T_{HA}p-1)(T_{HK}^2p^2-2\xi_{HK}T_{HK}p+1)(T_{K}^2p^2+2\xi_{K}T_{K}p+1)}.$$
(2.17)

Численные значения $k_{OY.BO3M}^{BT}$, T_{111} , T_{222} и T_{333} при различных положениях ротора и соотношениях токов в электромагнитах сведены в таблицу 2.1.

Таблица 2.1 – Значения $k_{OY.BO3M}^{BT}$, T_{111} , T_{222} и T_{333} при различных положениях

Положение ротора и				
начальные значения	$k^{\scriptscriptstyle BT}_{\scriptscriptstyle OY.BO3M}$,	T_{111} ,	$T_{222},$	T_{333} ,
токов	м/Н	с	с	с
Центр, $I_{10} = I_{20} = 1,15$ А	$4,695 \cdot 10^{-7}$	1,681.10-3	0,0745	0,0905
Центр, $I_{10} = 2,3$ А,				
$I_{20} = 0$ A	8,468.10 ⁻⁷	1,681.10-3	0,0605	0,0865
Страховочный				
подшипник,	$4,695 \cdot 10^{-7}$	$1,681 \cdot 10^{-3}$	0,0596	0,117
$I_{10} = I_{20} = 1,15$ A				
Страховочный				
подшипник, <i>I</i> ₁₀ = 2,3 A,	8,468 · 10 ⁻⁷	$1,682 \cdot 10^{-3}$	0,0531	0,0785
$I_{20} = 0$ A				

ротора и соотношениях токов в электромагнитах

Формулы (2.8) – (2.15) позволяют построить семейство переходных процессов по управляющему воздействию (рисунок 2.3) и частотные характеристики (рисунок 2.4) осевого электромагнитного подшипника турбонагнетателя ТК41В-26. На этих рисунках цифрами обозначены следующие графики переходных процессов в малом: 1 – ротор находится в центре, и токи в электромагнитах равны $I_{10} = I_{20} = 1,15$ A; 2 – ротор также расположен в центре, $I_{10} = 2,3$ A и $I_{20} = 0$ A; 3 – ротор находится в районе страховочного подшипника, $I_{10} = I_{20} = 1,15$; 4 – ротор расположен в районе страховочного подшипника, $I_{10} = 2,3$ A и $I_{20} = 0$ A.



Рисунок 2.3 – Графики переходных процессов по управляющему воздействию в осевом электромагнитном подшипнике при различных положениях ротора и соотношениях токов

Частотные характеристики (рисунок 2.4) подтверждают тот факт, что электромагнитный подшипник с учетом вихревых токов является неустойчивым объектом управления с переменными параметрами. Неустойчивость объясняется наличием неминимальнофазовых звеньев в передаточных функциях магнитной опоры.

Передаточные функции (2.16) и (2.17) позволяют исследовать поведение электромагнитного подшипника по отношению к внешней возмущающей силе. С учетом численных значений, приведенных в таблице 2.1, построены переходные процессы (рисунок 2.5) и частотные характеристики (рисунок 2.6) объекта исследования по отношению к основному возмущению при различных положениях ротора и соотношениях токов в электромагнитах.



Рисунок 2.4 – Частотные характеристики осевого электромагнитного подшипника как объекта управления при различных положениях ротора и соотношениях токов

Полученные непрерывные передаточные функции (2.11) и (2.13) позволяют сделать вывод, что по отношению к управляющему воздействию электромагнитный подшипник с учетом вихревых токов представляет собой последовательное соединение следующих элементарных динамических звеньев: либо двух форсирующих, одного обычного колебательного и трех неустойчивых апериодических,

53

либо двух форсирующих, одного обычного колебательного, одного неустойчивого апериодического и одного неустойчивого колебательного звеньев.



Рисунок 2.5 – Графики переходных процессов по возмущающему воздействию в осевом электромагнитном подшипнике при различных положениях ротора и соотношениях токов

Численные значения передаточных функций, представленных выше, получены в предположении, что ротор при работе системы управления электромагнитным подшипником осуществляет колебания вокруг центрального положения с частотой 50 Гц. Если настройка регуляторов выполнена таким образом, что ротор будет совершать колебания с частотой 10 Гц, то $L_B = 0,311$ Гн; $R_B = 39,35$ Ом; $T_B = 7,908 \cdot 10^{-3}$ с [13]. Тогда в центральном положении при подаче равных токов в электромагниты передаточная функция объекта по управлению

$$W_{OY.LEHTP}^{BT_{05}_{10}}(p) = \frac{2,983 \cdot 10^{-6} (7,147 \cdot 10^{-4} p^{2} + 0,09839 p + 1)}{9,195 \cdot 10^{-10} p^{5} + 1,36 \cdot 10^{-7} p^{4} + 2,124 \cdot 10^{-4} p^{3} - -7,113 \cdot 10^{-3} p^{2} + 0,19474 p - 1}$$



Рисунок 2.6 – Частотные характеристики по возмущающему воздействию в осевом электромагнитном подшипнике при различных положениях ротора и соотношениях токов

может быть представлена формулой (2.13), где $k_{OV}^{BT} = 2,983 \cdot 10^{-6}$ м/дискрета; $T_{11} = 7,898 \cdot 10^{-3}$ c; $T_{22} = 0,0905$ c; $T_{HA} = 0,1583$ c; $T_{HK} = 0,037$ c; $\xi_{HK} = 0,502$; $T_{K} = 2,058 \cdot 10^{-3}$ c; $\xi_{K} = 0,1866$. При $I_{10} = 2,3$ A и $I_{20} = 0$ A.

$$W_{OV.LLEHTP}^{BT_{-1}_{-10}}(p) = \frac{3,234 \cdot 10^{-6} (5,625 \cdot 10^{-4} p^2 + 0,07914 p + 1)}{1,295 \cdot 10^{-9} p^5 + 1,951 \cdot 10^{-7} p^4 + 1,875 \cdot 10^{-4} p^3 - -5,567 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,24364 p - 1}$$

Форма представления остается такой же, но $k_{OV}^{BT} = 3,234 \cdot 10^{-6}$ м/дискрета; $T_{11} = 7,895 \cdot 10^{-3}$ c; $T_{22} = 0,0712$ c; $T_{HA} = 0,2224$ c; $T_{HK} = 0,0295$ c; $\xi_{HK} = 0,3808$; $T_{K} = 2,127 \cdot 10^{-3}$ c; $\xi_{K} = 0,7466$.

Следовательно, вид передаточных функций осевого электромагнитного подшипника будет зависеть не только от конструктивных особенностей опоры, положения ротора, соотношения токов, но и от настроек регуляторов системы управления.

Сложность динамической модели объекта необходимо учитывать при параметрическом синтезе регуляторов системы управления электромагнитным подшипником. Кроме того, необходимо помнить, что все современные системы управления электромагнитными подшипниками [28, 30, 35, 36] являются цифровыми. Поэтому для успешного синтеза цифровой системы магнитной опорой необходимо знать дискретную математическую модель электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов.

2.4 Дискретные передаточные функции осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов

Расчеты, проведенные для осевого электромагнитного подшипника турбокомпрессора ТК41В-26 с массой ротора 36 кг и представленные выше, показали, что одним из вариантов представления передаточной функции (2.8) является вид

$$W_{OY}^{BT}(p) = \frac{k_{OY}(b_0p^2 + b_1p + 1)}{(T_{HA}p - 1)(T_{HK}^2p^2 - 2\xi_{HK}T_{HK}p + 1)(T_K^2p^2 + 2\xi_KT_Kp + 1)},$$

где T_{HA} , T_{HK} и T_{K} – постоянные времени неустойчивого апериодического, неустойчивого колебательного и обыкновенного колебательного звеньев, соответст-

венно; ξ_{*HK*} и ξ_{*K*} – коэффициенты демпфирования неустойчивого и обыкновенного колебательных звеньев.

В цифровой системе управления электромагнитным подшипником на входе непрерывного объекта действует экстраполятор нулевого порядка [19, 25, 53, 54], функцию которого выполняет силовой преобразователь, поэтому искомую дискретную передаточную функцию найдем по известному правилу [80]

$$W_{OV}^{BT}(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_{OV}^{BT}(p)}{p} \right\}$$

где $z = e^{p^T}$; T – период дискретизации (период квантования по времени; период замыкания программного цикла); Z – символ z-преобразований.

Пользуясь свойством линейности *z*-преобразований можно записать [85]

$$W_{OV}^{BT}(z) = k_{OV}^{BT} \frac{z - 1}{z} Z \left\{ \frac{b_0 p^2 + b_1 p + 1}{(T_{HA} p - 1) (T_{HK}^2 p^2 - 2\xi_{HK} T_{HK} p + 1) (T_K^2 p^2 + 2\xi_K T_K p + 1) p} \right\}.$$
 (2.18)

Разложим выражение в фигурных скобках (2.18) на сумму элементарных дробей

$$\frac{A}{p}, \frac{B}{T_{HA}p-1}, \frac{Cp+D}{T_{HK}^2p^2-2\xi_{HK}T_{HK}p+1} \le \frac{Rp+S}{T_K^2p^2+2\xi_KT_Kp+1}:$$

$$\frac{b_0p^2+b_1p+1}{(T_{HA}p-1)(T_{HK}^2p^2-2\xi_{HK}T_{HK}p+1)(T_K^2p^2+2\xi_KT_Kp+1)p} = \frac{A}{p} + \frac{B}{T_{HA}p-1} + \frac{Cp+D}{T_{HK}^2p^2-2\xi_{HK}T_{HK}p+1} + \frac{Rp+S}{T_K^2p^2+2\xi_KT_Kp+1} .$$
(2.19)

Для нахождения неизвестных коэффициентов *A*, *B*, *C*, *D*, *R* и *S* приведем правую часть выражения (2.19) к общему знаменателю и приравняем числитель полученной дроби к $b_0 p^2 + b_1 p + 1$. В результате получим

Из анализа формулы (2.20) следует, что A = -1, а коэффициенты *B*, *C*, *D*, *R* и *S* должны находиться из решения системы уравнений

$$BT_{HK}^{2}T_{K}^{2} + CT_{HA}T_{K}^{2} + RT_{HA}T_{HK}^{2} - T_{HA}T_{HK}^{2}T_{K}^{2} = 0;$$

$$\left(T_{HK}^{2} + 2\xi_{HK}T_{HK}T_{HA}\right)T_{K}^{2} - 2\xi_{K}T_{K}T_{HA}T_{HK}^{2} - 2B\left(\xi_{HK}T_{HK}T_{K}^{2} - \xi_{K}T_{K}T_{HA}T_{HK}^{2}\right) + \\
+ C\left(2\xi_{K}T_{K}T_{HA} - T_{K}^{2}\right) + DT_{HA}T_{HK}^{2} - R\left(2\xi_{HK}T_{HK}T_{HA} + T_{HK}^{2}\right) + ST_{HA}T_{HK}^{2} = 0;$$

$$2\xi_{K}T_{K}\left(T_{HK}^{2} + 2\xi_{HK}T_{HK}T_{HA}\right) - T_{HA}T_{HK}^{2} - \left(T_{HA} + 2\xi_{HK}T_{HK}\right)T_{K}^{2} + \\
+ B\left(T_{HK}^{2} + T_{K}^{2} - 4\xi_{HK}\xi_{K}T_{HK}T_{K}\right) + C\left(T_{HA} - 2\xi_{K}T_{K}\right) + D\left(2\xi_{K}T_{K}T_{HA} - T_{K}^{2}\right) + \\
+ R\left(T_{HA} + 2\xi_{HK}T_{HK}\right) - S\left(2\xi_{HK}T_{HK}T_{HA} + T_{HK}^{2}\right) = 0;$$

$$T_{K}^{2} + T_{HK}^{2} + 2\xi_{HK}T_{HK}T_{HA} - 2\xi_{K}T_{K}\left(T_{HA} + 2\xi_{HK}T_{HK}\right) - 2B\left(\xi_{HK}T_{HK} - \xi_{K}T_{K}T_{HA}\right) - \\
- C + D\left(T_{HA} - 2\xi_{K}T_{K}\right) - R + S\left(T_{HA} + 2\xi_{HK}T_{HK}\right) = b_{0};$$

$$2\xi_{K}T_{K} - T_{HA} - 2\xi_{HK}T_{HK} + B - D - S = b_{1}.$$
(2.21)

Систему (2.21) можно решать численными методами, например, с помощью программной среды MathCAD или получить аналитические зависимости, связывающие коэффициенты *B*, *C*, *D*, *R* и *S* с параметрами b_0 , b_1 , T_{HA} , T_{HK} , T_K , ξ_{HK} и ξ_K .

В любом случае формулу (2.18) с учетом (2.19) можно записать следующим образом

$$W_{OY}^{BT}(z) = k_{OY}^{BT} \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{A}{p} + \frac{B}{T_{HA}p - 1} + \frac{Cp + D}{T_{HK}^2 p^2 - 2\xi_{HK}T_{HK}p + 1} + \frac{Rp + S}{T_K^2 p^2 + 2\xi_K T_K p + 1} \right\}.(2.22)$$

По таблицам *z*-преобразований [80] найдем изображения элементарных дробей:

$$Z\left\{\frac{A}{p}\right\} = Z\left\{-\frac{1}{p}\right\} = -\frac{z}{z-1};$$
(2.23)

$$Z\left\{\frac{B}{T_{HA}p-1}\right\} = \frac{Bz}{T_{HA}(z-d_{HA})};$$
(2.24)

$$Z\left\{\frac{Cp+D}{T_{HK}^{2}p-2\xi_{HK}T_{HK}p+1}\right\} = \frac{Cz\left[z-d_{HK}\cos\beta_{HK}T + \frac{1}{\beta_{HK}}\left(\frac{D}{C} + \frac{\xi_{HK}}{T_{HK}}\right)d_{HK}\sin\beta_{HK}T\right]}{T_{HK}^{2}\left(z^{2}-2zd_{HK}\cos\beta_{HK}T + d_{HK}^{2}\right)}; (2.25)$$

$$Z\left\{\frac{Rp+S}{T_{\kappa}^{2}p+2\xi_{\kappa}T_{\kappa}p+1}\right\} = \frac{Rz\left[z-d_{\kappa}\cos\beta_{\kappa}T+\frac{1}{\beta_{\kappa}}\left(\frac{S}{R}-\frac{\xi_{\kappa}}{T_{\kappa}}\right)d_{\kappa}\sin\beta_{\kappa}T\right]}{T_{\kappa}^{2}\left(z^{2}-2zd_{\kappa}\cos\beta_{\kappa}T+d_{\kappa}^{2}\right)},$$
(2.26)

где $d_{HA} = e^{\frac{T}{T_{HA}}}; d_{HK} = e^{\frac{\xi_{HK}T}{T_{HK}}}; \beta_{HK} = \frac{\sqrt{1-\xi_{HK}^2}}{T_{HK}}; d_K = e^{-\frac{\xi_KT}{T_K}}; \beta_K = \frac{\sqrt{1-\xi_K^2}}{T_K}.$

Подставляя (2.23) – (2.26) в (2.22), получим

$$W_{OY}^{BT}(z) = k_{OY}^{BT} \left\{ \frac{B(z-1)}{T_{HA}(z-d_{HA})} + \frac{C(z-1)[z-h_{1}]}{T_{HK}^{2}(z^{2}-2zd_{HK}\cos\beta_{HK}T+d_{HK}^{2})} + \frac{R(z-1)[z-h_{2}]}{T_{K}^{2}(z^{2}-2zd_{K}\cos\beta_{K}T+d_{K}^{2})} - 1 \right\}$$
(2.27)

$$r_{TR}e h_{1} = d_{HK} \left[\cos\beta_{HK}T - \frac{1}{\beta_{HK}} \left(\frac{D}{C} + \frac{\xi_{HK}}{T_{HK}} \right) \sin\beta_{HK}T \right];$$

$$h_{2} = d_{K} \left[\cos\beta_{K}T - \frac{1}{\beta_{K}} \left(\frac{S}{R} - \frac{\xi_{K}}{T_{K}} \right) \sin\beta_{K}T \right].$$

Приводя выражение в фигурных скобках (2.27) к общему знаменателю и группируя члены по степеням *z*, найдем дискретную передаточную функцию электромагнитного подшипника как объекта управления [85]

$$W_{OY}^{BT}(z) = \frac{b_{01}z^4 + b_{11}z^3 + b_{21}z^2 + b_{31}z + b_{41}z}{z^5 + a_{11}z^4 + a_{21}z^3 + a_{31}z^2 + a_{41}z + a_{51}},$$
(2.28)

где

$$\begin{split} b_{01} &= k_{01}^{gr} \left[d_{HA} + 2d_{HK} \cos\beta_{HK} T + 2d_{K} \cos\beta_{K} T - \frac{B}{T_{HA}} \left(1 + 2d_{HK} \cos\beta_{HK} T + 2d_{K} \cos\beta_{K} T \right) - \frac{C}{T_{HK}^{2}} \left(1 + h_{1} + 2d_{K} \cos\beta_{K} T + d_{HA} \right) - \frac{R}{T_{K}^{2}} \left(1 + h_{2} + 2d_{HK} \cos\beta_{HK} T + d_{HA} \right) \right] \\ &= h_{1}^{gr} \left\{ \frac{B}{T_{HA}} \left(d_{HK}^{2} + d_{K}^{2} + 4d_{HK} d_{K} \cos\beta_{HK} T \cos\beta_{K} T + 2d_{HK} \cos\beta_{HK} T + 2d_{K} \cos\beta_{K} T \right) + \frac{C}{T_{HK}^{2}} \left[h_{2} + 2(1 + h_{1}) d_{K} \cos\beta_{K} T + d_{K}^{2} + d_{HA} \left(1 + h_{1} + 2d_{K} \cos\beta_{HK} T \right) \right] + \\ &= \frac{R}{T_{K}^{2}} \left[h_{2} + 2(1 + h_{2}) d_{HK} \cos\beta_{HK} T - 2d_{K} \cos\beta_{K} T \left(d_{HA} + 2d_{HK} \cos\beta_{HK} T \right) \right] - \\ &- d_{HK}^{2} - d_{K}^{2} - 2d_{HA} d_{HK} \cos\beta_{HK} T - 2d_{K} \cos\beta_{K} T \left(d_{HA} + 2d_{HK} \cos\beta_{HK} T \right) \right] \\ &= h_{01}^{gr} \left\{ \frac{B}{T_{HA}} \left(2d_{HK} d_{K}^{2} \cos\beta_{HK} T + 2d_{HK}^{2} d_{K} \cos\beta_{K} T + d_{HK}^{2} + d_{H}^{2} + d_{HA} \left(1 + h_{2} + 2h_{dK} \cos\beta_{HK} T \right) \right] \right\} \\ &= b_{11}^{gr} - d_{K}^{2} - 2d_{HA} d_{HK} \cos\beta_{HK} T + 2d_{HK}^{2} d_{K} \cos\beta_{K} T + d_{HK}^{2} + d_{H}^{2} + d_{HA} + 2d_{HK} \cos\beta_{HK} T \right) \right\} \\ &= b_{11}^{gr} - d_{K}^{gr} \left\{ \frac{B}{T_{HA}} \left(2d_{HK} d_{K}^{2} \cos\beta_{HK} T + 2d_{HK}^{2} d_{K} \cos\beta_{K} T + d_{HK}^{2} + d_{H}^{2} + d_{H}^{2} d_{HK} \cos\beta_{HK} T + d_{HA}^{2} d_{H}^{2} \right] - d_{K}^{2} \left(d_{HA} + 2d_{HK} \cos\beta_{HK} T \right) - \\ &- d_{HA}^{gr} d_{K} \cos\beta_{K} T + d_{HA} d_{K}^{2} \right] - d_{K}^{2} \left(d_{HA} + 2d_{HK} \cos\beta_{HK} T \right) - \\ &- d_{HA}^{gr} d_{HK} - 2d_{HK} d_{HK} \cos\beta_{HK} T + d_{HA} d_{HK}^{2} \right] - d_{K}^{2} \left(d_{HA} + 2d_{HK} \cos\beta_{HK} T \right) - \\ &- d_{HA}^{gr} d_{HK}^{2} - 2d_{K} \cos\beta_{K} T d_{HK}^{2} + 2d_{HA} d_{HK} \cos\beta_{HK} T \right) + \\ &+ \frac{R}{T_{H}^{2}} \left[h_{H} d_{K}^{2} + (1 + h_{1}) d_{HA} d_{HK}^{2} + 2h_{H} d_{HK} d_{HK} \cos\beta_{K} T \right] + \\ &+ \frac{R}{T_{HK}^{2}} \left[h_{H} d_{HK}^{2} + 2d_{HK} d_{HK}^{2} \cos\beta_{HK} T \right] - \\ &- d_{K}^{2} \left(d_{HA} d_{HK}^{2} d_{K}^{2} - \frac{Bd_{HH}^{2} d_{H}^{2}}{T_{HK}^{2}} - \frac{Ch_{H} d_{HA} d_{HK}^{2}}{T_{HK}^{2}} \right) \right] \\ &- d_{H}^{gr} \left\{ d_{HA}^{2} d_{HK}^{2} + 2d_{HK} d_{K}^{2} - \frac{Ch_{H} d_{HK} d_{K}^{2}}{T_{HK}^{2}} - \frac{Rh_{L} d_{HK} d_{HK$$

$$a_{31} = -\left[d_{K}^{2}\left(d_{HA} + 2d_{HK}\cos\beta_{HK}T\right) + d_{HA}d_{HK}^{2} + 2d_{K}\cos\beta_{K}T\left(d_{HK}^{2} + 2d_{HA}d_{HK}\cos\beta_{HK}T\right)\right];$$

$$a_{41} = d_{K}^{2}\left(d_{HK}^{2} + 2d_{HA}d_{HK}\cos\beta_{HK}T\right) + 2d_{HA}d_{HK}^{2}d_{K}\cos\beta_{K}T ; a_{51} = -d_{HA}d_{HK}^{2}d_{K}^{2}.$$

Вторым вариантом представления передаточной функции (2.8) является вид

$$W_{OV}^{BT}(p) = \frac{k_{OV}^{BT}(T_{11}p+1)(T_{22}p+1)}{(T_{HA1}p-1)(T_{HA2}p-1)(T_{HA3}p-1)(T_{K}^{2}p^{2}+2\xi_{K}T_{K}p+1)},$$

где T_{HA1} , T_{HA2} и T_{HA3} – постоянные времени трех неустойчивых апериодических звеньев.

В этом случае дискретная передаточная функция будет определяться формулой

$$W_{OY}^{BT}(z) = k_{OY}^{BT} \frac{z - 1}{z} Z \left\{ \frac{b_0 p^2 + b_1 p + 1}{(T_{HA1} p - 1)(T_{HA2} p - 1)(T_{HA3} p - 1)(T_k^2 p^2 + 2\xi_k T_k p + 1)p} \right\}.$$
 (2.29)

Для нахождения искомой передаточной функции разложим выражение в фигурных скобках (2.29) на сумму элементарных дробей вида $\frac{A_3}{p}$, $\frac{B_3}{T_{HA1}p-1}$, $\frac{C_3}{T_{HA2}p-1}$,

$$\frac{D_{3}}{T_{HA3}p-1} \times \frac{R_{3}p+S_{3}}{T_{K}^{2}p^{2}+2\xi_{K}T_{K}p+1};$$

$$\frac{b_{0}p^{2}+b_{1}p+1}{(T_{HA1}p-1)(T_{HA2}p+1)(T_{HA3}p+1)(T_{K}^{2}p^{2}+2\xi_{K}T_{K}p+1)p} = \frac{A_{3}}{p} + \frac{B_{3}}{T_{HA1}p-1} + \frac{C_{3}}{T_{HA1}p-1} + \frac{D_{3}}{T_{HA3}p-1} + \frac{R_{3}p+S_{3}}{T_{K}^{2}p^{2}+2\xi_{K}T_{K}p+1} = \frac{A_{3}}{p} + \frac{B_{3}}{T_{HA1}p-1} + \frac{C_{3}}{T_{HA3}p-1} + \frac{B_{3}}{T_{HA3}p-1} + \frac{B_{3}p+S_{3}}{T_{K}^{2}p^{2}+2\xi_{K}T_{K}p+1} = \frac{A_{3}}{p} + \frac{B_{3}}{p} + \frac{B_{3}}{T_{HA1}p-1} + \frac{B_{3}}{T_{HA3}p-1} + \frac{B_{3}}{T_{K}^{2}p^{2}+2\xi_{K}T_{K}p+1} = \frac{B_{3}}{p} + \frac{B_{3}}{$$

В результате приведения правой части выражения (2.30) к общему знаменателю и уравнивания числителей дробей получим следующее аналитическое выражение для нахождения коэффициентов A_3 , B_3 , C_3 , D_3 , R_3 и S_3 :

$$\begin{pmatrix} A_{3}T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3}T_{k}^{2} + B_{3}T_{HA2}T_{HA3}T_{k}^{2} + C_{3}T_{HA1}T_{HA3}T_{k}^{2} + R_{3}T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} \end{pmatrix} p^{5} + \\ + \left\{ A_{3} \begin{bmatrix} 2\xi_{k}T_{k}T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} - h_{3}T_{k}^{2} \end{bmatrix} + B_{3} \begin{bmatrix} 2\xi_{k}T_{k}T_{HA2}T_{HA3} - (T_{HA2} + T_{HA3})T_{k}^{2} \end{bmatrix} + \\ + C_{3} \begin{bmatrix} 2\xi_{k}T_{k}T_{HA1}T_{HA3} - (T_{HA1} + T_{HA3})T_{k}^{2} \end{bmatrix} + D_{3} \begin{bmatrix} 2\xi_{k}T_{k}T_{HA1}T_{HA2} - (T_{HA1} + T_{HA2})T_{k}^{2} \end{bmatrix} - R_{3}h_{3} + S_{3}T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} \right\} p^{4} + \left\{ A_{3} \begin{bmatrix} T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} - 2\xi_{k}T_{k}h_{3} + (T_{HA1} + T_{HA2})T_{k}^{2} \end{bmatrix} - R_{3}h_{3} + S_{3}T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} \right\} p^{4} + \left\{ A_{3} \begin{bmatrix} T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} - 2\xi_{k}T_{k}h_{3} + (T_{HA1} + T_{HA2})T_{k}^{2} \end{bmatrix} + B_{3} \begin{bmatrix} T_{HA2}T_{HA3} + T_{k}^{2} - 2\xi_{k}T_{k}(T_{HA2} + T_{HA3}) \end{bmatrix} \right\} + \\ + C_{3} \begin{bmatrix} T_{HA1}T_{HA3} + T_{k}^{2} - 2\xi_{k}T_{k}(T_{HA1} + T_{HA3}) \end{bmatrix} + D_{3} \begin{bmatrix} T_{HA1}T_{HA2} + T_{k}^{2} - (T_{HA3}) + T_{k}^{2} + 2\xi_{k}T_{k}(T_{HA1} + T_{HA2}) \end{bmatrix} + \\ + C_{3} \begin{bmatrix} 2\xi_{k}T_{k}(T_{HA1} + T_{HA2}) \end{bmatrix} + R_{3} (T_{HA1} + T_{HA3}) + \\ + \left\{ A_{3} \begin{bmatrix} 2\xi_{k}T_{k}(T_{HA1} + T_{HA2}) + T_{HA3} - T_{k}^{2} - h_{3} \end{bmatrix} + B_{3} (2\xi_{k}T_{k} - T_{HA2} - T_{HA3}) + \\ + \left\{ A_{3} \begin{bmatrix} 2\xi_{k}T_{k}(T_{HA1} + T_{HA2} + T_{HA3}) - T_{k}^{2} - h_{3} \end{bmatrix} + B_{3} (2\xi_{k}T_{k} - T_{HA2} - T_{HA3}) + \\ + C_{3} (2\xi_{k}T_{k} - T_{HA1} - T_{HA3}) + D_{3} (2\xi_{k}T_{k} - T_{HA1} - T_{HA2}) - R_{3} + \\ + S_{3} (T_{HA1} + T_{HA2} + T_{HA3}) \right\} p^{2} + \left[A_{3} (T_{HA1} + T_{HA2} + T_{HA3} - 2\xi_{k}T_{k}) + B_{3} + C_{3} + D_{3} - \\ -S_{3} \end{bmatrix} p - A_{3} = b_{0}p^{2} + b_{1}p + 1,$$
(2.31)
$$r_{TRe} h_{3} = T_{HA1}T_{HA2} + (T_{HA1} + T_{HA2})T_{HA3}.$$

Для обеспечения равенства в (2.31) необходимо выполнение следующих условий: $A_3 = -1$ и

$$B_{3}T_{HA2}T_{HA3}T_{K}^{2} + C_{3}T_{HA1}T_{HA3}T_{K}^{2} + R_{3}T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} - T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3}T_{K}^{2} = 0;$$

$$B_{3}\left[2\xi_{K}T_{K}T_{HA2}T_{HA3} - (T_{HA2} + T_{HA3})T_{K}^{2}\right] + C_{3}\left[2\xi_{K}T_{K}T_{HA1}T_{HA3} - (T_{HA1} + T_{HA3})T_{K}^{2}\right] + D_{3}\left[2\xi_{K}T_{K}T_{HA1}T_{HA2} - (T_{HA1} + T_{HA2})T_{K}^{2}\right] - R_{3}h_{3} + S_{3}T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} + h_{3}T_{K}^{2} - 2\xi_{K}T_{K}T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} = 0;$$

$$B_{3}\left[T_{HA2}T_{HA3} + T_{K}^{2} - 2\xi_{K}T_{K}(T_{HA2} + T_{HA3})\right] + C_{3}\left[T_{HA1}T_{HA3} + T_{K}^{2} - 2\xi_{K}T_{K}(T_{HA1} + T_{HA3})\right] + D_{3}\left[T_{HA1}T_{HA2} + T_{K}^{2} - 2\xi_{K}T_{K}(T_{HA1} + T_{HA2})\right] + R_{3}(T_{HA1} + T_{HA2} + T_{HA3}) - S_{3}h_{3} - T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} + 2\xi_{K}T_{K}h_{3} - (T_{HA1} + T_{HA2} + T_{HA3}) - S_{3}h_{3} - T_{HA1}T_{HA2}T_{HA3} + 2\xi_{K}T_{K}h_{3} - (T_{HA1} + T_{HA2} + T_{HA3})T_{K}^{2} = 0;$$

$$B_{3}(2\xi_{K}T_{K} - T_{HA2} - T_{HA3}) + C_{3}(2\xi_{K}T_{K} - T_{HA1} - T_{HA3}) + D_{3}(2\xi_{K}T_{K} - T_{HA1} - T_{HA2}) - R_{3} + S_{3}(T_{HA1} + T_{HA2} + T_{HA3}) + T_{K}^{2} + h_{3} - 2\xi_{K}T_{K}(T_{HA1} + T_{HA2} + T_{HA3}) = b_{0};$$

$$B_{3} + C_{3} + D_{3} - S_{3} + 2\xi_{K}T_{K} - T_{HA1} - T_{HA2} - T_{HA3} = b_{1}.$$
(2.32)

Система уравнений служит для нахождения неизвестных коэффициентов B_3 , C_3 , D_3 , R_3 и S_3 любым способом, например, с помощью с помощью программной среды MathCAD.

С учетом (2.30) выражение (2.29) примет вид

$$W_{OY}^{BT}(z) = k_{OY}^{BT} \frac{z - 1}{z} Z \left\{ \frac{A_3}{p} + \frac{B_3}{T_{HA1}p - 1} + \frac{C_3}{T_{HA2}p - 1} + \frac{D_3}{T_{HA3}p - 1} + \frac{Rp + S}{T_k^2 p^2 + 2\xi_k T_k p + 1} \right\}.(2.33)$$

По таблицам *z*-преобразований [80] найдем изображения элементарных дробей:

$$Z\left\{\frac{A_{3}}{p}\right\} = Z\left\{-\frac{1}{p}\right\} = -\frac{z}{z-1};$$
(2.34)

$$Z\left\{\frac{B_{3}}{T_{HA1}p-1}\right\} = \frac{B_{3}z}{T_{HA1}\left(z-d_{HA1}\right)};$$
(2.35)

$$Z\left\{\frac{C_{3}}{T_{HA2}p-1}\right\} = \frac{C_{3}z}{T_{HA2}(z-d_{HA2})};$$
(2.36)

$$Z\left\{\frac{D_{3}}{T_{HA3}p-1}\right\} = \frac{D_{3}z}{T_{HA3}(z-d_{HA3})};$$
(2.37)

$$Z\left\{\frac{R_{3}p+S_{3}}{T_{K}^{2}p+2\xi_{K}T_{K}p+1}\right\} = \frac{R_{3}z\left[z-d_{K}\cos\beta_{K}T+\frac{1}{\beta_{K}}\left(\frac{S_{3}}{R_{3}}-\frac{\xi_{K}}{T_{K}}\right)d_{K}\sin\beta_{K}T\right]}{T_{K}^{2}\left(z^{2}-2zd_{K}\cos\beta_{K}T+d_{K}^{2}\right)}, \quad (2.38)$$

где $d_{HA1} = e^{\frac{T}{T_{HA1}}}; d_{HA2} = e^{\frac{T}{T_{HA2}}}; d_{HA3} = e^{\frac{T}{T_{HA3}}}; d_{K} = e^{-\frac{\xi_{K}T}{T_{K}}}; \beta_{K} = \frac{\sqrt{1-\xi_{K}^{2}}}{T_{K}}.$

Подставим (2.34) – (2.38) в (2.33)

$$W_{OY}^{BT}(z) = k_{OY}^{BT} \left\{ \frac{B_3(z-1)}{T_{HA1}(z-d_{HA1})} + \frac{C_3(z-1)}{T_{HA2}(z-d_{HA2})} + \frac{D_3(z-1)}{T_{HA3}(z-d_{HA3})} + \frac{R_3(z-1)(z-h_4)}{T_K^2(z^2-2zd_K\cos\beta_K T + d_K^2)} - 1 \right\}$$
(2.39)
 $\Gamma \mathcal{A} = h_4 = d_K \left[\cos\beta_K T - \frac{1}{\beta_K} \left(\frac{S_3}{R_3} - \frac{\xi_K}{T_K} \right) \sin\beta_K T \right].$

Приводя выражение в фигурных скобках (2.39) к общему знаменателю и группируя члены по степеням *z*, найдем второй вариант дискретной передаточной функции осевого электромагнитного подшипника как объекта управления с учетом вихревых токов

$$W_{OY2}^{BT}(z) = \frac{b_{02}z^4 + b_{12}z^3 + b_{22}z^2 + b_{32}z + b_{42}}{z^5 + a_{12}z^4 + a_{22}z^3 + a_{32}z^2 + a_{42}z + a_{52}},$$
(2.40)

$$\begin{aligned} &\text{FRe } a_{12} = -\left(2d_{K}\cos\beta_{K}T + d_{HA1} + d_{HA2} + d_{HA3}\right); \\ &a_{22} = d_{K}^{2} + 2d_{HA3}d_{K}\cos\beta_{K}T + \left(d_{HA1} + d_{HA2}\right)\left(2d_{K}\cos\beta_{K}T + d_{HA3}\right) + d_{HA1}d_{HA2}; \\ &a_{32} = -\left[d_{HA3}d_{K}^{2} + \left(d_{HA1} + d_{HA2}\right)\left(d_{K}^{2} + 2d_{HA3}d_{K}\cos\beta_{K}T\right) + d_{HA1}d_{HA2}\left(2d_{K}\cos\beta_{K}T + d_{HA3}\right)\right]; \\ &a_{42} = d_{HA1}d_{HA2}\left(d_{K}^{2} + 2d_{HA3}d_{K}\cos\beta_{K}T\right) + d_{HA3}d_{K}^{2}\left(d_{HA1} + d_{HA2}\right); a_{52} = -d_{HA1}d_{HA2}d_{HA3}d_{K}^{2}; \\ &b_{02} = k_{OY}^{BT}\left[d_{HA1} + d_{HA2} + d_{HA3} + 2d_{K}\cos\beta_{K}T - \frac{B_{3}}{T_{HA1}}\left(1 + d_{HA2} + d_{HA3}\right) - \\ &- \frac{C_{3}}{T_{HA2}}\left(1 + d_{HA1} + d_{HA3}\right) - \frac{D_{3}}{T_{HA3}}\left(1 + d_{HA1} + d_{HA2}\right) - 2d_{K}\cos\beta_{K}T\left(\frac{B_{3}}{T_{HA1}} + \frac{C_{3}}{T_{HA2}} + \frac{D_{3}}{T_{HA3}}\right) - ; \\ &- \frac{R_{3}}{T_{K}^{2}}\left(1 + h_{4} + d_{HA1} + d_{HA2} + d_{HA3}\right)\right] \end{aligned}$$

$$b_{12} = k_{OY}^{BT}\left\{\frac{B_{3}}{T_{HA1}}\left(d_{HA2}d_{HA3} + d_{HA2} + d_{HA3}\right) + \frac{C_{3}}{T_{HA3}}\left(d_{HA4}d_{HA3} + d_{HA4} + d_{HA3}\right) + \\ &+ \frac{D_{3}}{T_{HA3}}\left(d_{HA4}d_{HA2} + d_{HA4}\right) + d_{HA2}\right) + 2d_{K}\cos\beta_{K}T\left[\frac{B_{3}}{T_{HA4}}\left(1 + d_{HA4} + d_{HA3}\right) + \\ &+ \frac{C_{3}}{T_{HA3}}\left(1 + d_{HA4} + d_{HA3}\right) + \frac{D_{3}}{T_{HA3}}\left(1 + d_{HA4} + d_{HA4}\right) - d_{HA3}\right] + \\ &+ \frac{C_{3}}{T_{HA3}}\left(1 + d_{HA4} + d_{HA3}\right) + \frac{D_{3}}{T_{HA3}}\left(1 + d_{HA4} + d_{HA4}\right) - d_{HA3}\right) + \\ &+ d_{K}^{2}\left(\frac{B_{3}}{T_{HA4}} + \frac{C_{3}}{T_{HA4}}\left(1 + d_{HA4}\right) + \frac{D_{3}}{T_{HA3}}\left(1 + d_{HA4} + d_{HA4}\right) - d_{HA4}d_{HA4}\right) + \\ &+ d_{K}\left(\frac{B_{3}}{T_{HA4}} + \frac{C_{3}}{T_{HA4}}\left(1 + d_{HA4}\right) + \frac{D_{3}}{T_{HA3}}\left(1 + d_{HA4} + d_{HA4}\right) - d_{HA4}d_{HA4}\right) + \\ &+ d_{K}\left(\frac{B_{3}}{T_{HA4}} + \frac{C_{3}}{T_{HA4}}\left(1 + d_{HA4}\right) + \frac{D_{3}}{T_{HA3}}\left(1 + d_{HA4}\right) - d_{HA4}d_{HA4}\right) + \\ &+ d_{HA4}\left(1 + h_{4}\right)\left] - d_{HA2}d_{HA3} - d_{HA4}d_{HA2} - d_{HA4}d_{HA3}\right\right) \end{aligned}$$

$$\begin{split} b_{22} &= -k_{0V}^{BT} \bigg\{ \frac{B_3}{T_{HA1}} d_{HA2} d_{HA3} + \frac{C_3}{T_{HA2}} d_{HA1} d_{HA3} + \frac{D_3}{T_{HA3}} d_{HA1} d_{HA2} + \\ &+ 2d_K \cos\beta_K T \bigg[\frac{B_3}{T_{HA1}} (d_{HA2} d_{HA3} + d_{HA2} + d_{HA3}) + \frac{C_3}{T_{HA2}} (d_{HA1} d_{HA3} + d_{HA1} + d_{HA3}) + \\ &+ \frac{D_3}{T_{HA3}} (d_{HA1} d_{HA2} + d_{HA1} + d_{HA2}) - d_{HA2} d_{HA3} - d_{HA1} d_{HA3} - d_{HA1} d_{HA2} \bigg] + \\ &+ d_K^2 \bigg[\frac{B_3}{T_{HA1}} (1 + d_{HA2} + d_{HA3}) + \frac{C_3}{T_{HA2}} (1 + d_{HA1} + d_{HA3}) + \frac{D_3}{T_{HA3}} (1 + d_{HA1} + d_{HA2}) - \\ &- d_{HA1} - d_{HA2} - d_{HA3} \bigg] + \frac{R_3}{T_K^2} \bigg[d_{HA2} d_{HA3} (1 + h_4 + d_{HA1}) + (d_{HA2} + d_{HA3}) (h_4 + d_{HA1} + h_4 d_{HA1}) + \\ &+ h_4 d_{HA1} \bigg] - d_{HA1} d_{HA2} d_{HA3} \bigg] \bigg\} \\ b_{32} &= k_{OV}^{BT} \bigg\{ 2d_K \cos\beta_K T \bigg(\frac{B_3}{T_{HA1}} d_{HA2} d_{HA3} + \frac{C_3}{T_{HA2}} d_{HA1} d_{HA3} + \frac{D_3}{T_{HA2}} d_{HA1} d_{HA3} - \\ &- d_{HA1} d_{HA2} d_{HA3} \bigg) + d_K^2 \bigg[\frac{B_3}{T_{HA1}} d_{HA2} d_{HA3} + d_{HA2} + d_{HA3} \bigg) + \frac{C_3}{T_{HA2}} (d_{HA1} d_{HA3} + d_{HA1} + d_{HA3}) + \\ &+ \frac{D_3}{T_{HA3}} (d_{HA1} d_{HA2} + d_{HA1} + d_{HA2}) - d_{HA1} d_{HA2} - \\ &- d_{HA1} d_{HA2} d_{HA3} \bigg\} + d_K^2 \bigg[\frac{B_3}{T_{HA1}} d_{HA2} d_{HA3} + d_{HA2} - d_{HA1} d_{HA3} - \\ &- d_{HA1} d_{HA2} d_{HA3} \bigg] + \\ &+ \frac{R_3}{T_{K^2}^2} \bigg[d_{HA2} d_{HA3} (h_4 + d_{HA1} + h_4 d_{HA1}) + h_4 d_{HA1} (d_{HA2} + d_{HA3}) \bigg] \bigg\} \\ b_{42} &= -k_{OV}^{BT} \bigg[d_K^2 \bigg(\frac{B_3}{T_{HA1}} d_{HA2} d_{HA3} + \frac{C_3}{T_{HA2}} d_{HA1} d_{HA3} + \frac{D_3}{T_{HA1}} d_{HA1} d_{HA2} - \\ &- d_{HA1} d_{HA2} d_{HA3} \bigg] \bigg\}$$

Формулы (2.28) и (2.40) позволяют находить дискретные передаточные функции цифровой системы управления электромагнитным подшипником при использовании различных типов регуляторов, методик выбора их параметров, алгоритмов вычисления интегралов и производных. Это в свою очередь делает возможным на этапе проектирования производить анализ устойчивости, качества управления и эксплуатационных характеристик осевых электромагнитных подшипников, корректно выдвигать требования к вычислительной мощности микропроцессора или программируемой логической интегральной схеме, на которых планируется техническая реализация системы управления.

2.5 Оценка адекватности дискретных передаточных функций осевого электромагнитного подшипника

Для оценки адекватности полученных дискретных передаточных функций осевого электромагнитного подшипника, найдем их численные значения для турбонагнетателя ТК41В-26 железнодорожного дизеля. Затем построим по ним переходные процессы и сравним их с аналогичными графиками, рассчитанными для непрерывного объекта.

Дискретная передаточная функция для случая, когда ротор находится в центре, в электромагниты поданы токи $I_{10} = 2,3$ A, $I_{20} = 0$ A, а период дискретизации равен T = 0,0002 с, описывается формулой (2.28)

$$W_{OV}^{BT}(z) = \frac{b_{01}z^4 + b_{11}z^3 + b_{21}z^2 + b_{31}z + b_{41}}{z^5 + a_{11}z^4 + a_{21}z^3 + a_{31}z^2 + a_{41}z + a_{51}},$$
(2.41)

где численные значения коэффициентов равны: $b_{01} = 1,8689954 \cdot 10^{-12}$; $b_{11} = 3,9454373 \cdot 10^{-12}$; $b_{21} = -1,0553399 \cdot 10^{-11}$; $b_{31} = 3,0887927 \cdot 10^{-12}$; $b_{41} = 1,6540455 \cdot 10^{-12}$; $a_{11} = -4,88017369$; $a_{21} = 9.52640365$; $a_{31} = -9,29830542$; $a_{41} = 4,538096$; $a_{51} = -0,88602054$.

Непрерывная передаточная функция, соответствующая этому случаю представлена формулой (2.12). По выражениям (2.12) и (2.41) разработана расчетная модель для построения графиков переходных процессов в программной среде Matlab Simulink (рис. 2.7). Графики (рис. 2.8) практически совпадают, максимальная погрешность составляет 0,6% причем в конце участка расчета, то есть через 100 тактов периода дискретизации. График 1 соответствует непрерывной передаточной функции, а график 2 – дискретной.





центре и токи в электромагнитах равны $I_{10} = 2,3$ A, $I_{20} = 0$ A



Рисунок 2.8 – Графики переходных процессов, построенные по непрерывной и дискретной передаточным функциям, когда ротор находится в центре и токи в электромагнитах равны $I_{10} = 2,3$ A, $I_{20} = 0$ A

Относительная погрешность Δz_P^{omh} положения ротора, полученного по дискретной модели, в каждой точке определялась по формуле

$$\Delta z_P^{om_H} = \frac{z_P^H - z_P^A}{z_P^H} \cdot 100\%,$$

где z_p^H и z_p^A – значения положений ротора, рассчитанные по непрерывной и дискретной передаточным функциям, соответственно.

Если в центральном положении подать в электромагниты равные токи $I_{10} = I_{20} = 1,15$ А движение ротора будет описываться дискретной передаточной функцией (2.40)

$$W_{OY2}^{BT}(z) = \frac{b_{02}z^4 + b_{12}z^3 + b_{22}z^2 + b_{32}z + b_{42}}{z^5 + a_{12}z^4 + a_{22}z^3 + a_{32}z^2 + a_{42}z + a_{52}},$$
(2.42)

в которой коэффициенты принимают следующие значения: $b_{02} = 3,0848753 \cdot 10^{-12}$; $b_{12} = 6,5068685 \cdot 10^{-12}$; $b_{22} = -1,7420276 \cdot 10^{-11}$; $b_{32} = 5,1024593 \cdot 10^{-12}$; $b_{42} = 2,7311796 \cdot 10^{-12}$; $a_{12} = -4,87707667$; $a_{22} = 9,51701969$; $a_{32} = -9,28884953$; $a_{42} = 4,53494818$; $a_{52} = -0,88604168$.

При этом непрерывная передаточная функция, соответствующая рассматриваемому случаю описывается выражением (2.10). Формулы (2.10) и (2.42) позволили создать расчетную модель (рис. 2.9), с помощью которой построены переходных процессы в малом (рис. 2.10).



Рисунок 2.9 – Расчетная модель для получения графиков переходных процессов по непрерывной и дискретной передаточным функциям, когда ротор находится в центре и токи в электромагнитах равны $I_{10} = I_{20} = 1,15$ А

Графики также совпадают, а максимальная погрешность на интервале времени, равном 100 тактам периода дискретизации, составляет всего 1%.



Рисунок 2.10 – Графики переходных процессов, построенные по непрерывной и дискретной передаточным функциям, когда ротор находится в центре и токи в электромагнитах равны $I_{10} = I_{20} = 1,15$ А

Результаты моделирования позволяют сделать вывод, что полученные дискретные передаточные функции позволяют с достаточной степенью точности описывать процесс перемещения ротора при цифровой технической реализации системы управления осевым электромагнитным подшипником с учетом вихревых токов.

2.5 Выводы по второй главе

1. Рассмотрены уравнения движения ротора в поле осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов.

2. Разработаны структурные схемы осевого электромагнитного подшипника как объекта управления с учетом вихревых токов.

3. Получены непрерывные передаточные функции осевого электромагнитного подшипника по отношению к управляющему и возмущающему воздействиям и с учетом действия вихревых токов.

4. Найдены дискретные передаточные функции осевого электромагнитного подшипника по отношению к управляющему воздействию при различных положениях ротора и соотношениях токов в электромагнитах.

5. Произведена оценка адекватности дискретных передаточных функций и показано, что они с малой погрешностью описывают движение ротора в поле осевого электромагнитного подшипника.

З ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ОСЕВЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОДШИПНИКОМ С УЧЕТОМ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ

3.1 Выбор структурного построения системы управления осевым электромагнитным подшипником

Обзор, данный в первой главе, показывает наличие большого количества принципов построения систем управления электромагнитными подшипниками. Причем, как правило, различий между осевыми и радиальными подшипниками не делается, и для обоих видов опор применяются одинаковые структуры систем управления и методы выбора параметров регуляторов.

Для того, чтобы определиться со структурным построением системы управления для осевого подшипника, надо обратить внимание на тот факт, что глобально можно разделить все системы на два типа: с обратной связью по току и без нее.

Прежде всего, необходимо дать ответ на вопрос: для чего нужна обратная связь по току? Проанализировав существующие принципы построения систем управления электромагнитными подшипниками, можно прийти к выводу, что основной причиной появления этой обратной связи является метод обратных задач динамики, который в свое время применялся для синтеза регуляторов.

Методы структурно-параметрического синтеза систем автоматического управления постоянно развиваются. Появились более совершенные методы: многоконтурных систем с одной измеряемой координатой [19, 76] и систем, принципиально предназначенных для управления неустойчивыми объектами [79]. Тем не менее, обратная связь по току применяется в системах управления электромагнитными подшипниками и в современных условиях [28]. Это связано с тем, что контур обратной связи по току даже в простейшем случае применения в нем пропорционального регулятора уменьшает постоянную времени, которую должен компенсировать основной регулятор, расположенный в контуре положения или скорости [86].

Стремление любыми способами уменьшить постоянную времени, которую должен компенсировать ПД- или ПИД-регулятор, объясняется тем, что величина коэффициента при производной в этих регуляторах прямо пропорциональна постоянной времени и обратно пропорциональна периоду дискретизации.

Если предположить, что при технической реализации нет ограничений на величины постоянных времени форсирующих регуляторов, то необходимость в обратной связи по току в электромагнитных подшипниках отпадает. Тогда с позиций достижимого быстродействия предпочтение следует отдать системам, структура и регуляторы которых определяются методами многоконтурных систем с одной измеряемой координатой [50, 76], систем подчиненного регулирования [26, 77] и управления неустойчивыми объектами [50, 79].

Если проанализировать вычислительные процедуры, необходимые для цифровой технической реализации этих трех типов систем управления электромагнитными подшипниками, то можно прийти к однозначному выводу – во всех случаях применяется две операции дифференцирования и одна операция интегрирования, не считая процедур умножения [87]. В то же время свойства рассматриваемых систем с позиции быстродействия при отработке управляющих и возмущающих воздействий значительно различаются. Быстродействие при отработке управляющего воздействия в электромагнитном подшипнике с многоконтурной системой с одной измеряемой (см. рисунок 1.7) в 8 раз ниже, чем у подшипника с трехконтурной системой (см. рисунок 1.11) [50]. В то же время опора с системой подчиненного регулирования (см. рисунок 1.9) уступает по тому же показателю трехконтурной системе в 2 раза [50].

Определим на первом этапе настройки регуляторов, при которых система управления электромагнитным подшипником, построенная по принципам многоконтурных систем с одной измеряемой координатой (МСОИК), будет эквивалентна по своим свойствам трехконтурной системе при отработке внешних силовых возмущений, действующих на ротор. Кроме того, выясним причину, которая
приводит к разному быстродействию рассматриваемых систем по отношению к управляющему воздействию. При этом учтем, что применительно к осевому подшипнику выходной измеряемой координатой будет величина смещения от центра z_P

В большинстве случаев в системах управления электромагнитными подшипниками принимается $z_{P3}(p) = 0$. Поэтому, если за входную координату регулятора системы управления электромагнитным подшипником принять сигнал $z_{Д\Pi}$ датчика положения ротора, а за выходную – сигнал N_P , подаваемый на широтноимпульсный модулятор, то передаточную функцию регулятора трехконтурной системы можно записать следующим образом:

$$W_{PET}^{3K}(p) = \frac{N_Z(p)}{z_{Д\Pi}(p)} = -\frac{k_{\Pi}k_{\Pi \Pi} \left(T_{\Pi \Pi} p + 1\right) \left(\frac{k_{OCC}T_H}{k_{\Pi}} p^2 + T_H p + 1\right)}{T_H p}.$$
(3.1)

Аналогичная передаточная функция регулятора системы управления электромагнитным подшипником, построенной по принципу МСОИК, по отношению к выходному сигналу датчика положения ротора:

$$W_{PE\Gamma}^{MCOHK}(p) = \frac{N_Z(p)}{z_{Д\Pi}(p)} = -\frac{k_{2\phi} (T_{H2} p + 1) (T_{2\phi}^2 p^2 + 2\xi_{2\phi} T_{2\phi} p + 1)}{T_{H2} p},$$
(3.2)

где T_{H2} – новое обозначение постоянной времени интегрального регулятора в МСОИК.

Сравнение формул (3.1) и (2) показывает, что, несмотря на разное структурное построение следящих систем электромагнитных подшипников, в обоих случаях в свернутом виде регуляторы можно представить как последовательное соединение ПИД и ПД регуляторов. Следовательно, можно найти условия, при которых свойства двух систем при отработке возмущающих воздействий будут идентичны.

Если принять за эталон свойства трехконтурной системы управления электромагнитным подшипником, то, приравнивая (3.1) и (3.2), можно найти настройки регуляторов системы, построенной по принципу МСОИК, при которых ее свойства при отработке отклонения ротора от центрального положения будут эквивалентны трехконтурной:

$$\frac{k_{2\phi}(T_{H2}p+1)(T_{2\phi}^2p^2+2\xi_{2\phi}T_{2\phi}p+1)}{T_{H2}p} = \frac{k_{\Pi}k_{\Pi\Pi}(T_{\Pi\Pi}p+1)(\frac{k_{OCC}T_{H}}{k_{\Pi}}p^2+T_{H}p+1)}{T_{H}p}.$$
 (3.3)

Из анализа (3.3) следует, что для эквивалентности требуется выполнение следующих равенств:

$$T_{H2} = T_{\Pi \mu}; k_{2\Phi} = \frac{k_{\Pi} k_{\Pi \mu} T_{H2}}{T_{\mu}}; T_{2\Phi} = \sqrt{\frac{k_{OCC} T_{H}}{k_{\Pi}}}; \xi_{2\Phi} = \frac{T_{H}}{2T_{2\Phi}}.$$
(3.4)

Например, для осевого электромагнитного подшипника турбонагнетателя ТК41В-26 с параметрами: $k_E = 3476$ Bc/м; $k_{3M} = 13000$ H; $k_F = 2130000$ H/м; m = 36 кг; $T_3 = 0,0745$ c; U = 57,7 B; $k_{IIIIIM} = 4,888 \cdot 10^{-4}$ 1/дискрету; $k_{ДII} = 1000000$ дискрет/м, – настройки регуляторов трехконтурной системы управления в соответствии с формулами (1.11): $T_{IIII} = 0,2236$ с; $k_{IIII} = k_{III} = 2$ $k_{OCC} = 0,0032$ с; $T_{II} = 0,0032$ с. Единственным отличием является расчет постоянной времени интегрального регулятора, которая определялась с учетом необходимого запаса при

цифровой технической реализации по выражению $T_{H} = \frac{5,25(-b+\sqrt{b^2-4ac})}{a}$. В соответствии с формулами (3.4) для эквивалентности рассматриваемых систем при отработке возмущений, вызванных изменением внешней силы, действующей на ротор, необходимо выбрать следующие настройки регуляторов системы, построенной по принципу МСОИК: $T_{H2} = 0,2236$ c, $k_{2\phi} = 279,5$; $T_{2\phi} = 2,263 \cdot 10^{-3}$ c; $\xi_{2\phi} = 0,707$.

Для построения графиков переходных процессов в непрерывных прототипах трехконтурной системы управления и эквивалентной ей МСОИК разработана расчетная модель в программной среде Matlab Simulink (рисунок 3.1). Компьютерное моделирование показывает, что реакция обеих систем управления на скачок возмущающей силы в 1000 Н одинакова, причем динамический провал составляет 8,9 мкм (рисунок 3.2).



Рисунок 3.1 – Расчетная модель для сравнения непрерывных прототипов трехконтурной системы и эквивалентной ей МСОИК при управлении осевым электромагнитным подшипником



Рисунок 3.2 – Реакция трехконтурной системы и МСОИК на скачок внешней возмущающей силы в 1000 Н

В то же время быстродействие трехконтурной системы управления при отработке управляющего воздействия почти в 112 раз выше, чем системы, построенной по принципу МСОИК (рисунок 3.3). Время переходного процесса в трехконтурной системе составляет 0,0078 с, а в МСОИК – 0,8726 с. На рисунках цифрой 1 обозначены графики переходных процессов в трехконтурной системе управления электромагнитным подшипником, а цифрой 2 – в системе управления, построенной по принципу МСОИК.

Анализ полученных результатов показывает, что найденные условия (3.4) действительно делают рассматриваемые системы управления электромагнитными подшипниками эквивалентными при отработке внешних силовых возмущений. Низкое быстродействие системы, построенной по принципу МСОИК, объясняется тем, что основное форсирование динамики электромагнитного подшипника осуществляется за счет интегрального регулятора, а величина T_{H_2} выбирается пропорциональной постоянной времени электромагнита.



Рисунок 3.3 – Графики переходных процессов по управляющему воздействию в трехконтурной системе и МСОИК

Поэтому, чем инерционней магнит, тем меньше быстродействие системы при отработке управляющего воздействия. В то же время следует отметить, что изначально различие в динамических и статических свойствах разных систем управления электромагнитными подшипниками определяется методами синтеза регуляторов.

Произведем также сравнительный анализ, системы управления магнитной опорой, построенной по принципам систем подчиненного регулирования (СПР), и трехконтурной системы. Передаточную функцию регулятора в СПР (см. рисунок 1.9) по отношению можно представить следующим образом

$$W_{PE\Gamma}^{C\Pi P}(p) = \frac{N_{Z}(p)}{z_{\Pi}(p)} = -\frac{k_{P\Pi} \left(\frac{k_{OCC2}}{k_{P\Pi}}p+1\right) \left(T_{\Pi} T_{H3} p^{2} + k_{\Pi 2} T_{H3} p+1\right)}{T_{H3} p \left(T_{\mu} p+1\right)},$$
(3.5)

где введены новые обозначения: $T_{_{H3}}$ и $T_{_{\mathcal{I}}}$ – постоянные времени интегрирования и дифференцирования ПИД-регулятора, соответственно; $k_{_{\Pi2}}$ – коэффициент пе-

редачи пропорциональной части ПИД-регулятора; k_{OCC2} – коэффициент обратной связи по скорости в СПР.

Если пренебречь постоянной времени апериодического фильтра T_{μ} , взяв ее величину равной 0, то можно приравнять передаточные функции (3.1) и (3.5)

$$\frac{k_{P\Pi}\left(\frac{k_{OCC2}}{k_{P\Pi}}p+1\right)\left(T_{\Pi}T_{H3}p^{2}+k_{\Pi2}T_{H3}p+1\right)}{T_{H3}p} = \frac{k_{\Pi}k_{\Pi\Pi}\left(T_{\Pi\Pi}p+1\right)\left(\frac{k_{OCC}T_{H}}{k_{\Pi}}p^{2}+T_{H}p+1\right)}{T_{H}p}.(3.6)$$

Из уравнения (3.6) вытекают условия эквивалентности системы подчиненного регулирования и трехконтурной системы управления электромагнитным подшипником при отработке внешней возмущающей силы:

$$T_{H3} = T_{H}; k_{P\Pi} = k_{\Pi} k_{\Pi \mathcal{A}}; k_{OCC2} = k_{P\Pi} T_{\Pi \mathcal{A}}; k_{\Pi 2} = 1; T_{\mathcal{A}} = \frac{k_{OCC}}{k_{\Pi}}.$$
(3.7)

Опять взяв за эталон свойства трехконтурной системы, найдем настройки регуляторов СПР для осевого электромагнитного подшипника турбонагнетателя ТК41В-26, при которых системы станут эквивалентными при отработке возмущающего силового воздействия на ротор: $T_{H3} = 0,0032$ c; $k_{PII} = 4$; $k_{OCC2} = 0,8944$ c; $k_{II2} = 1$; $T_{II} = 0,0016$ c.

Расчетная модель в программной среде Matlab Simulink для построения графиков переходных процессов в непрерывных прототипах трехконтурной системы управления и эквивалентной ей СПР приведена на рисунок 3.4.

При скачке возмущающей силы в 1000 Н графики переходных процессов (рисунок 3.5) абсолютно одинаковы и соответствуют графиками, представленным на рисунке 3.2. Динамический провал также составляет 8,9 мкм. Графики переходных процессов по управлению (рисунок 3.6) также повторяют графики рисунка 3.3. Только на рисунках 3.5 и 3.6 цифрой 2 обозначены графики переходных процессов в СПР. То есть и в этом случае быстродействие трехконтурной системы управления при отработке управляющего воздействия в 112 раз выше, чем системы, построенной по принципу СПР (время переходного процесса в трехконтурной системе составляет 0,0078 с, в СПР – 0,8726 с).



Рисунок 3.4 – Расчетная модель для сравнения непрерывных прототипов трехконтурной системы и эквивалентной ей СПР при управлении осевым электромагнитным подшипником



Рисунок 3.5 – Реакция СПР и трехконтурной системы управления электромагнитными подшипниками на скачок внешней силы в 1000 Н



Рисунок 3.6 – Графики переходных процессов по управляющему воздействию

в трехконтурной системе и СПР

80

И опять следует отметить, что исходное преимущество трехконтурной системы управления электромагнитным подшипником определяется более эффективной методикой параметрического синтеза регуляторов.

Электромагнитные подшипники, как правило, работают в режиме отработки внешних возмущений, поэтому приведенное эквивалентирование трех типов систем управления показывает, что для этого режима можно применять любую из них. Но при этом отработка управляющих воздействий во много раз быстрее происходит в трехконтурной системе.

Приведенные выше расчеты параметров регуляторов и моделирование проводилось в пренебрежении вихревыми токами. Поэтому при дальнейшем синтезе системы управления осевым электромагнитным подшипником, учитывающим вихревые токи, предпочтение отдадим трехконтурной системе.

3.2 Оценка влияния вихревых токов на быстродействие и жесткость осевого электромагнитного подшипника

В большинстве случаев [7, 19, 26, 50, 52, 53] при параметрическом синтезе регуляторов используется упрощенная математическая модель электромагнитного подшипника в виде передаточной функции (1.7)

$$W_{OY}(p) = \frac{z_P(p)}{N_Z(p)} = \frac{k_{IIIIM}k_{\Im M}}{k_F \left[\frac{mT_{\Im}}{k_F}p^3 + \frac{m}{k_F}p^2 + \left(\frac{k_{\Im M}k_E}{k_F U} - T_{\Im}\right)p - 1\right]}.$$
(3.8)

Именно такой подход был применен в разделе 3.1. Поэтому для непрерывного прототипа для трехконтурной системы управления (рисунок 3.7) осевым подшипником турбонагнетателя ТК41В-26 были получены следующие значения параметров регуляторов: $T_{\Pi II} = 0,2236$ с; $k_{\Pi II} = k_{\Pi} = 2$; $k_{OCC} = 0,0032$ с; $T_{II} = 0,0032$ с.



Рисунок 3.7 – Структурное представление непрерывного прототипа системы управления электромагнитным подшипником, применяемое при синтезе регуляторов

Но в осевом подшипнике вихревые токи достигают значительной величины, препятствую нарастанию рабочего магнитного потока, поэтому фактическая передаточная функция опоры как объекта управления будет выглядеть следующим образом (2.8)

$$W_{OV}^{BT}(p) = \frac{z_P(p)}{N_Z(p)} = \frac{k_{OV}^{BT}(b_0 p^2 + b_1 p + 1)}{a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p - 1}.$$
(3.9)

Для оценки влияния вихревых токов на работу осевого электромагнитного подшипника построим графики переходных процессов в трехконтурной системе управления с математическими моделями объекта вида (3.9) и (1.6). Численные значения передаточной функции подшипника без учета вихревых токов

$$W_{OV}(p) = \frac{2,983 \cdot 10^{-6} (0,090485 \, p+1)}{1,13997 \cdot 10^{-7} \, p^4 + 2,78917 \cdot 10^{-6} \, p^3 + 0,026541 p^2 + 0,202652 p-1}.(3.10)$$

Фактическая передаточная функция осевого подшипника при нахождении ротора в центре будет равна (2.10)

$$W_{OV}^{BT}(p) = \frac{2,983 \cdot 10^{-6} \left(1,527 \cdot 10^{-4} \, p^2 + 0,09217 \, p + 1\right)}{1,962 \cdot 10^{-10} \, p^5 + 1,1869 \cdot 10^{-7} \, p^4 + 4,7397 \cdot 10^{-5} \, p^3 - .$$

$$-6,60695 \cdot 10^{-3} \, p^2 + 0,200967 \, p - 1$$

$$(3.11)$$

С учетом формул (3.10) и (3.11) составлена расчетная модель для оценки влияния вихревых токов на работу непрерывного прототипа системы управления осевым электромагнитным подшипником (рисунок 3.8).



Рисунок 3.8 – Расчетная модель для оценки влияния вихревых токов на работу непрерывного прототипа системы управления осевым электромагнитным подшипником

Графики переходных процессов (рисунок 3.9) показывают, что вихревые токи снижают быстродействие и, как следствие, ожидаемую жесткость осевого электромагнитного подшипника.



Рисунок 3.9 – Графики переходных процессов с учетом и без учета вихревых при выборе параметров регуляторов по известной методике

Действительно, с учетом вихревых токов (кривая 1) время переходного процесса в системе управления составляет 0,0139 с, а без учета вихревых токов (кривая 2) время входа в 2%-зону равно 0,0078 с. Отсюда можно сделать вывод, что вихревые токи снижают быстродействие электромагнитного подшипника в 1,782 раза. Такой показатель, как перерегулирование, с учетом вихревых токов составляет 6,4%, а без учета – 1,7%.

Следует отметить, что результаты расчета, констатирующие снижение быстродействия осевого электромагнитного подшипника за счет действия вихревых токов, совпадают с выводами, представленными в ряде общеизвестных работ [5, 6, 13].

3.3 Параметрический синтез регуляторов трехконтурной системы управления осевым подшипником с учетом вихревых токов

Целью параметрического синтеза регуляторов системы управления осевым электромагнитным подшипником является компенсация потерь быстродействия, вызванных действием вихревых токов. В основу выбора параметров регуляторов положим сравнение величин коэффициентов знаменателей передаточных функций (3.9) и (1.6), поскольку именно они определяют динамику движения ротора в магнитном поле как объекта управления.

Взяв за основу аналитические выражения (1.11), для расчета параметров регуляторов введем поправочный коэффициент

$$k_{BT} = \frac{a_{03} + a_{13} + a_{23} + a_{33}}{a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4},$$
(3.12)

где a_{03} , a_{13} , a_{23} и a_{33} – коэффициенты знаменателя передаточной функции (1.6) объекта без учета вихревых токов; a_0 , a_1 , a_2 , a_3 и a_4 – коэффициенты знаменателя передаточной функции (3.9), учитывающей вихревые токи в осевом подшипнике.

Предлагается определять параметры настройки пропорционального, пропорционально-дифференциального и интегрального регуляторов с помощью поправочного коэффициента (3.12):

$$k_{\Pi \mu}^{BT} = k_{BT} k_{\Pi \mu}; \ k_{\Pi}^{BT} = k_{BT} k_{\Pi}; \ T_{\mu}^{BT} = k_{BT} T_{\mu}.$$
(3.13)

Постоянную времени ПД-регулятора следует рассчитывать с учетом постоянной времени *T_B* контура вихревых токов

$$T_{\Pi \mu}^{BT} = 3 \left(T_{\mathcal{Y}} + T_{B} \right). \tag{3.14}$$

В итоге аналитические выражения для выбора параметров регуляторов трехконтурной системы управления осевым электромагнитным подшипником можно записать следующим образом

$$T_{\Pi \mu}^{BT} = 3(T_{3} + T_{B});$$

$$k_{\Pi \mu}^{BT} = k_{BT} k_{\Pi \mu}; k_{\Pi}^{BT} = k_{BT} k_{\Pi};$$

$$k_{OCC}^{BT} = 2\xi \sqrt{\frac{m}{3k_{\mu \mu \mu M} k_{\beta M} k_{\mu \Pi}}} - \frac{2m}{9k_{\Pi \mu} k_{\beta M} k_{\mu \Pi} T_{\beta}};$$

$$T_{\Pi}^{BT} = \frac{5,25(-b + \sqrt{b^{2} - 4ac})}{a},$$
(3.15)

где $k_{\Pi Z}$ и k_{Π} – коэффициенты передачи пропорционально-дифференциального и пропорционального регуляторов, рассчитанные по известной методике [50, 53] без учета вихревых токов; коэффициент 5,25 в формуле для расчета величины постоянной времени интегрального регуляторов взят таковым, чтобы избежать дополнительной коррекции при переходе к цифровой техничкой реализации.

С помощью компьютерного моделирования проверим эффективность предлагаемой методики выбора параметров регуляторов осевого электромагнитного подшипника. Для рассматриваемого примера подвеса ротора турбонагнетателя ТК41В-26 поправочный коэффициент равен $k_{BT} = 1,179$, поэтому в соответствии с выражениями (3.15) для компенсации влияния вихревых токов в осевом электромагнитном подшипнике необходимы следующие значения коэффициентов передачи и постоянных времени регуляторов: $k_{\Pi\Pi}^{BT} = k_{\Pi}^{BT} = 2,358$; $T_{\Pi\Pi}^{BT} = 0,2286$ с; $T_{\Pi}^{BT} = 0,0037$ с. Величина коэффициента обратной связи по скорости (постоянной времени) равна $k_{OCC} = 0,0032$ с.

Расчетная модель (рисунок 3.10) позволяет сравнить быстродействие осевого электромагнитного подшипника с параметрами регуляторов, выбранными с учетом вихревых токов, с исходным ожидаемым быстродействием в системе, пренебрегающей этими токами. Компьютерное моделирование показывает, что в случае применения настроек регуляторов, рассчитанных по формулам (3.15), графики переходных процессов (рисунок 3.16) с учетом и без учета вихревых токов практически совпадают. Разность времени переходных процессов составляет 0,0005 с, перерегулирование различается на 0,1 %.



Рисунок 3.10 – Расчетная модель для оценки эффективности предлагаемой методики синтеза регуляторов осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов



Рисунок 3.11 – Графики переходных процессов: 1 – с учетом вихревых токов при выборе параметров регуляторов по новой предлагаемой методике; 2 – без учета вихревых токов при расчете регуляторов по известной методике

Следовательно, можно считать, что предложенная методика выбора параметров регуляторов эффективна и позволяет скомпенсировать влияние вихревых токов.

Промоделируем также реакцию системы управления осевым электромагнитным подшипником по отношению к внешней возмущающей силе. В расчетную модель (рисунок 3.12), которая позволяет это сделать, включен блок Subsystem (рисунок 3.13), представляющий собой линеаризованную модель объекта с учетом вихревых токов (см. рисунок 2.2). Графики переходных процессов по возмущению показывают, что при параметрах регуляторов, рассчитанных по предлагаемой методике, динамический провал уменьшается в 1,328 раза и становится равным 6,7 мкм при скачке силы в 1000 Н. В то время, как при выборе параметров регуляторов по известной методике провал составляет 8,9 мкм.



Рисунок 3.12 – Расчетная модель для оценки эффективности отработки осевым электромагнитным подшипником внешней возмущающей силы при новой методике выбора параметров регуляторов



90

Рисунок 3.13 – Расчетная схема подсистемы, моделирующей осевой





Рисунок 3.14 – Графики переходных процессов при скачке внешней силы

в 1000 Н

Расчетная модель, приведенная на рисунок 3.12, является линеаризованной, но она позволяет также исследовать график приращения вихревого тока (рис. 3.15) при работе системы управления осевым подшипником.



Рисунок 3.15 – График вихревого тока при отработке внешней возмущающей силы

Приращение вихревого тока достигает величины $\Delta I_B = 8 \cdot 10^{-6}$ А. Следует отметить, что расчет является приближенным, поскольку математическая модель осевого электромагнитного подшипника содержит 8 операций дифференцирования, которые промоделированы динамическими звеньями вида $\frac{p}{0,0000001p+1}$. Кроме того, в других элементах расчетной схемы применены еще 5 блоков дифференцирования.

3.4 Дискретная математическая модель трехконтурной системы управления осевым электромагнитным подшипником

При параметрическом синтезе регуляторов осевым электромагнитным подшипником рассматривался так называемый непрерывный или аналоговый прототип системы управления. Но эра аналоговой техники ушла в прошлое, в том числе и в области электромагнитных подшипников, регуляторы которых, как правило, реализуются цифровыми микропроцессорными средствами [28].

Квантование сигналов по времени и уровню оказывают существенное влияние на работу систем управления электромагнитными подшипниками [50]. Поэтому для учета процесса квантования сигналов по времени применим математический аппарат z-преобразований [80]. При этом воспользуемся методом непрерывного прототипа [80] и при исследовании цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником возьмем за основу трехконтурную систему (см. рисунок 3.7) с теми же типами и параметрами регуляторов.

Метод непрерывного прототипа требует знания дискретной передаточной функции непрерывной части системы с учетом экстраполятора. В нашем случае непрерывная часть состоит собственно из электромагнитного подшипника и силового преобразователя, который выполняет функцию экстраполятора нулевого порядка.

Дискретная передаточная функция непрерывной части осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов и экстраполятора нулевого порядка найдена во второй главе и может быть представлена формулами (2.28) или (2.40):

$$W_{OY}^{BT}(z) = \frac{b_{01}z^4 + b_{11}z^3 + b_{21}z^2 + b_{31}z + b_{41}}{z^5 + a_{11}z^4 + a_{21}z^3 + a_{31}z^2 + a_{41}z + a_{51}},$$
(3.16)

$$W_{OY2}^{BT}(z) = \frac{b_{02}z^4 + b_{12}z^3 + b_{22}z^2 + b_{32}z + b_{42}}{z^5 + a_{12}z^4 + a_{22}z^3 + a_{32}z^2 + a_{42}z + a_{52}}.$$
(3.17)

Далее в соответствии с методом непрерывного прототипа необходимо определится с алгоритмом работы цифровых регуляторов [80]. Для уменьшения количества вычислительных процедур предположим, что при реализации интегрального регулятора интегрирование будет производиться как нахождение полной суммы, а дифференцирование в пропорционально-дифференциальном регуляторе и в обратной связи по скорости будет осуществляться как определение первой обратной разности [50, 53, 80]. Тогда дискретные передаточные функции регуляторов можно записать следующим образом:

$$W_{II}(z) = \frac{Tz}{T_{II}^{BT}(z-1)};$$
(3.18)

$$W_{\Pi}(z) = k_{\Pi}^{BT};$$
 (3.19)

$$W_{\Pi \mathcal{I}}(z) = \frac{k_{\Pi \mathcal{I}}^{BT} \left(T_{\Pi \mathcal{I}}^{BT} + T\right)}{T} \frac{\left(z - \frac{T_{\Pi \mathcal{I}}^{BT}}{T_{\Pi \mathcal{I}}^{BT} + T}\right)}{z}; \qquad (3.20)$$

$$W_{OCC}(z) = \frac{k_{OCC}^{BT}(z-1)}{Tz}.$$
(3.21)

При переходе к дискретным передаточным функциям структурная схема цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником примет вид, приведенный на рисунке 3.16.



Рисунок 3.16 – Структурная схема цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником при переходе к дискретным передаточным функциям

Пользуясь правилами преобразования структурных схем, найдем дискретную передаточную функцию цифровой системы управления осевым электромагнитного подшипника.

Дискретная передаточная функция первого (внутреннего) замкнутого контура равна

$$W_{1}(z) = \frac{W_{\Pi A}(z)W_{OY}^{BT}(z)}{1 + k_{A\Pi}W_{OCC}(z)W_{\Pi A}(z)W_{OY}^{BT}(z)}.$$
(3.22)

Подставляя в (3.22) формулы (3.16), (3.20) и (3.21), получим

$$W_{1}(z) = \frac{b_{04}z^{6} + b_{14}z^{5} + b_{24}z^{4} + b_{34}z^{3} + b_{44}z^{2} + b_{54}z}{z^{7} + a_{14}z^{6} + a_{24}z^{5} + a_{34}z^{4} + a_{44}z^{3} + a_{54}z^{2} + a_{64}z + a_{74}},$$
(3.23)

где $b_{04} = k_5 b_{01}$; $b_{14} = k_5 (b_{11} - h_5 b_{01})$; $b_{24} = k_5 (b_{21} - h_5 b_{11})$; $b_{34} = k_5 (b_{31} - h_5 b_{21})$; $b_{44} = k_5 (b_{41} - h_5 b_{31})$; $b_{54} = -k_5 h_5 b_{41}$; $k_5 = \frac{k_{III}^{BT} (T_{IIII}^{BT} + T)}{T}$; $h_5 = \frac{T_{IIII}^{BT}}{T_{IIII}^{BT} + T}$; $k_6 = \frac{k_{OCC}^{BT}}{T}$; $a_{14} = a_{11} + k_5 k_6 k_{AIII} b_{01}$; $a_{24} = a_{21} + k_5 k_6 k_{AIII} [b_{11} - (1 + h_5) b_{01}]$; $a_{34} = a_{31} + k_5 k_6 k_{AIII} [b_{21} - (1 + h_5) b_{11} + h_5 b_{01}]$; $a_{44} = a_{41} + k_5 k_6 k_{AIII} [b_{31} - (1 + h_5) b_{21} + h_5 b_{11}]$; $a_{54} = a_{51} + k_5 k_6 k_{AIII} [b_{41} - (1 + h_5) b_{31} + h_5 b_{21}]$; $a_{64} = k_5 k_6 k_{AIII} [h_5 b_{31} - (1 + h_5) b_{41}]$; $a_{74} = k_5 k_6 k_{AIII} h_5 b_{41}$.

Динамика второго контура характеризуется передаточной функцией

$$W_{2}(z) = \frac{W_{\Pi}(z)W_{1}(z)}{1 + k_{\Pi\Pi}W_{\Pi}(z)W_{1}(z)},$$
(3.24)

Подстановка (3.19) и (3.23) в (3.24) позволяет получить следующую формулу

$$W_{2}(z) = \frac{b_{05}z^{6} + b_{15}z^{5} + b_{25}z^{4} + b_{35}z^{3} + b_{45}z^{2} + b_{55}z}{z^{7} + a_{15}z^{6} + a_{25}z^{5} + a_{35}z^{4} + a_{45}z^{3} + a_{55}z^{2} + a_{65}z + a_{75}},$$
(3.25)

где $b_{05} = k_{\Pi}b_{04}$; $b_{15} = k_{\Pi}b_{14}$; $b_{25} = k_{\Pi}b_{24}$; $b_{35} = k_{\Pi}b_{34}$; $b_{45} = k_{\Pi}b_{44}$; $b_{55} = k_{\Pi}b_{54}$; $a_{15} = a_{14} + k_{\Pi}k_{\Pi\Pi}b_{04}$; $a_{25} = a_{24} + k_{\Pi}k_{\Pi\Pi}b_{14}$; $a_{35} = a_{34} + k_{\Pi}k_{\Pi\Pi}b_{24}$; $a_{45} = a_{44} + k_{\Pi}k_{\Pi\Pi}b_{34}$; $a_{55} = a_{54} + k_{\Pi}k_{\Pi\Pi}b_{44}$; $a_{65} = a_{64} + k_{\Pi}k_{\Pi\Pi}b_{54}$; $a_{75} = a_{74}$.

И, наконец, дискретная передаточная функция третьего (внешнего) замкнутого контура равна

$$W_{3}(z) = \frac{W_{H}(z)W_{2}(z)}{1 + k_{\Pi}W_{H}(z)W_{2}(z)}.$$
(3.26)

Используя формулы (3.18) и (3.25), можно найти выражение (3.26)

$$W_{3}(z) = \frac{b_{06}z^{7} + b_{16}z^{6} + b_{26}z^{5} + b_{36}z^{4} + b_{46}z^{3} + b_{56}z^{2}}{z^{8} + a_{16}z^{7} + a_{26}z^{6} + a_{36}z^{5} + a_{46}z^{4} + a_{56}z^{3} + a_{66}z^{2} + a_{76}z + a_{86}},$$
(3.27)

пде
$$b_{06} = k_7 b_{05}$$
; $b_{16} = k_7 b_{15}$; $b_{26} = k_7 b_{25}$; $b_{36} = k_7 b_{35}$; $b_{46} = k_7 b_{45}$; $b_{56} = k_7 b_{55}$;
 $a_{16} = a_{15} + k_7 k_{Д\Pi} b_{05} - 1$; $a_{26} = a_{25} + k_7 k_{Д\Pi} b_{15} - a_{15}$; $a_{36} = a_{35} + k_7 k_{Д\Pi} b_{25} - a_{25}$;
 $a_{46} = a_{45} + k_7 k_{Д\Pi} b_{35} - a_{35}$; $a_{56} = a_{55} + k_7 k_{Д\Pi} b_{45} - a_{45}$; $a_{66} = a_{65} + k_7 k_{Д\Pi} b_{55} - a_{55}$;
 $a_{76} = a_{75} - a_{65}$; $a_{86} = -a_{75}$; $k_7 = \frac{T}{T_{14}}$.

Совокупность передаточных функций (3.23), (3.25) и (3.27) позволяет анализировать устойчивость и динамические свойства цифровой системы управления осевым (а также и радиальным) электромагнитным подшипником. Это позволяет на этапе проектирования магнитного подвеса ротора корректно сформулировать требования к вычислительной мощности микроконтроллера, на котором реализуются регуляторы, и определить необходимую величину периода T дискретизации по времени.

Следует отметить, что формулы (3.23), (3.25) и (3.27) справедливы и в том случае, когда объект управления должен быть представлен в виде (3.17). При этом в выражении (3.23) надо сделать соответственную замену коэффициентов b_{01} , b_{11} , b_{21} , b_{31} , b_{41} , a_{11} , a_{21} , a_{31} , a_{41} и a_{51} на b_{02} , b_{12} , b_{22} , b_{32} , b_{42} , a_{12} , a_{22} , a_{32} , a_{42} и a_{52} .

Оценку адекватности математической модели цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником произведем методом компьютерного моделирования. Рассмотрим случай, когда ротор турбонагнетателя находится в центре, и его движение описывается непрерывной передаточной функцией (3.11). Этому случаю соответствует дискретная передаточная функция (3.17), в которой коэффициенты принимают следующие значения: $b_{02} = 3,0848753 \cdot 10^{-12}$; $b_{12} = 6,5068685 \cdot 10^{-12}$; $b_{22} = -1,7420276 \cdot 10^{-11}$; $b_{32} = 5,1024593 \cdot 10^{-12}$; $b_{42} = 2,7311796 \cdot 10^{-12}$; $a_{12} = -4,87707667$; $a_{22} = 9,51701969$; $a_{32} = -9,28884953$; $a_{42} = 4,53494818$; $a_{52} = -0,88604168$. Настройки регуляторов с учетом вихревых токов определяются параметрами: $k_{III}^{BT} = k_{II}^{BT} = 2,358$; $T_{IIII}^{BT} = 0,2286$ с; $T_{II}^{BT} = 0,0037$ с; $k_{occc} = 0,0032$ с. Тогда динамика цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником будет описываться дискретной передаточной функцией (3.27), в которой при периоде дискретизации T = 0,0002 с коэффициенты принимают следующие значения: $b_{06} = 1,06066809 \cdot 10^{-9}$; $b_{16} = 1,17750602 \cdot 10^{-9}$; $b_{26} = -8,22487917 \cdot 10^{-9}$; $b_{36} = 7,7387232 \cdot 10^{-9}$; $b_{46} = -8,1378002 \cdot 10^{-10}$; $b_{56} = -9,382366 \cdot 10^{-10}$; $a_{16} = -5,7232478549$; $a_{26} = 14,2789562625$; $a_{36} = -20,1829873562$; $a_{46} = 17,3110582903$; $a_{56} = -8,6575343861$; $a_{66} = 1,940774621$; $a_{76} = 0,150757369$; $a_{86} = -0,117776944$.

Расчетная модель (рисунок 3.17) позволяет построить график переходного процесса по управлению (рисунок 3.18) в цифровой системе управления осевым электромагнитным подшипником с учетом вихревых токов.



Рисунок 3.17 – Расчетная модель для оценки адекватности дискретной передаточной функции цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником с учетом вихревых токов

Сравнение графика, приведенного на рисунке 3.18, с кривой 1, представленной на рис. 3.11, показывает их хорошее совпадение. Действительно, в аналоговом прототипе время переходного процесса равно 0,0083 с, а перерегулирование составляет 1,6%. Время переходного процесса, построенного по дискретной передаточной функции (3.27), равно 0,009 с, а перерегулирование – 0,9%. Следовательно, можно сделать вывод, что математическая модель цифровой трехконтурной системы управления найдена правильно и может использоваться при анализе динамических свойств и устойчивости осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов.



Рисунок 3.18 – График переходного процесса, построенный по дискретной передаточной функции (3.27)

Моделирование цифровой системы управления (рисунок 3.19) также подтверждает эффективность разработанной методики синтеза регуляторов, компенсирующей влияние вихревых токов. Переходные процессы (рисунок 3.20) показывают их хорошее совпадение, причем цифрой 1 обозначен график с учетом вихревых токов, цифрой 2 – без учета. Время переходного процесса составляет соответственно 0,0086 с и 0,0082 с, а перерегулирование – 1,38% и 1,45%.



Рисунок 3.19 – Расчетная модель для оценки эффективности новой методики синтеза цифровых регуляторов осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов



Рисунок 3.20 – Графики переходных процессов в цифровой системе управления осевым электромагнитным подшипником: 1 – с учетом вихревых токов при выборе параметров регуляторов по новой методике; 2 – без учета вихревых токов при расчете регуляторов по известной методике

3.5 Зависимость настроек регуляторов, быстродействия и жесткости осевого электромагнитного подшипника от периода дискретизации

Методика синтеза регуляторов трехконтурной системы управления электромагнитными подшипниками, представленная в работах [50, 53], предполагает выбор почти всех параметров регуляторов, кратными двум. Причем теоретически значения коэффициентов передачи пропорционально-дифференциального и пропорционального регуляторов, а также постоянной времени интегрального регулятора могут быть любыми. Следует также отметить, что, чем больше величина коэффициентов передачи этих регуляторов, тем выше быстродействие и динамическая жесткость электромагнитных подшипников. Но, как показывают приведенные выше исследования, для компенсации влияния вихревых токов необходимо скорректировать значения настроек. Следует также помнить, что дискретная математическая модель электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов значительно усложняется. Поэтому необходимо провести исследование зависимости настроек регуляторов, быстродействия и жесткости осевой опоры в функции периода дискретизации.

Без учета вихревых токов параметры регуляторов определяются по формулам (1.11). Для рассматриваемого осевого подшипника три возможных набора параметров приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Значения трех наборов параметров регуляторов без учета вихревых токов

Номер на-					
бора пара-	$k_{_{\varPi \!$	$T_{\Pi / I}$,	k_{Π}	$T_{_{H}}$,	k_{OCC} ,
метров		с		с	с
1	1	0,2236	1	0,0064	0,0032
2	2	0,2236	2	0,0032	0,0032
3	4	0,2236	4	0,0016	0,0032

В соответствии с предлагаемой методикой для компенсации влияния вихревых токов значения параметров должны быть скорректированы (таблица 3.2).

Чтобы определиться с величиной периода дискретизации, необходимо исследовать устойчивость цифровой системы управления при каждом наборе параметров регуляторов. Для этого необходимо воспользоваться дискретной передаточной функцией (3.27). Поскольку порядок ее знаменателя высок (восьмой), то воспользоваться известными критериями устойчивости не представляется возможным. Поэтому воспользуемся численными методами решения и найдем, при какой величине $T_{\Gamma P}$ периода дискретизации модуль хотя бы одного корня знаменателя (3.27) станет равен 1.

Номер на-					
бора пара-	$k_{\Pi \! I}$	$T_{\Pi II}$,	k_{Π}	$T_{_{H}}$,	k_{OCC} ,
метров		с		с	с
1	1,179	0,2286	1,179	0,0075	0,0032
2	2,358	0,2286	2,358	0,0037	0,0032
3	4,716	0,2286	4,716	0,0019	0,0032

Таблица 3.2 – Скорректированные значения трех наборов параметров регуляторов

с учетом вихревых токов

Значения граничной величины периода дискретизации для каждого набора параметров регуляторов приведены в таблице 3.3

Таблица 3.3 – Граничные значения $T_{_{\Gamma P}}$ периода дискретизации для трех наборов

параметров регуляторов

Номер набора	1	2	3
параметров			
$T_{{\scriptscriptstyle \Gamma}{\scriptscriptstyle P}},{f c}$	0,00045	0,000232	0,000117

Анализ данных таблицы 3.3 позволяет обоснованно выбрать величину периода *Т* дискретизации (таблица 3.4).

Таблица 3.4 – Величины периодов *T* дискретизации для трех наборов параметров регуляторов

Номер набора	1	2	3
параметров			
<i>T</i> , c	0,0004	0,0002	0,0001

Следует отметить, что величину периода дискретизации можно брать равной или меньше значений, приведенных в таблице 3.4.

Моделирование в программной среде Matlab Simulink (рисунок 3.21) позволяет построить графики переходных процессов по отношению к управляющему (рисунок 3.22) и возмущающему (рисунок 3.23) воздействиям. На основе обработки этих графиков можно определить время $t_{\Pi\Pi}$ переходного процесса по управляющему воздействию, динамический провал $\Delta z_{P,\text{max}}$, динамическую жест-

кость
$$C_{Z.ДИH} = \frac{\Delta F_{BZ}}{\Delta z_{P.max}}$$
.

Важными характеристиками электромагнитного подшипника является минимальное L_{min} ослабление амплитуды периодической возмущающей силы, выраженное в децибелах, и соответствующая этому явлению критическая частота f_{KP} . Для определения этих параметров осевого подшипника турбонагнтателя построены серии частотных характеристик (рисунок 3.24).

На рисунках (3.22), (3.23) и (3.24) цифрой 1 обозначены графики, соответствующие первому набору параметров, цифрой 2 – второму набору и цифрой 3 – третьему.

Результаты обработки графиков сведены в таблицу 3.5. При этом учтено, что при моделировании переходных процессов по возмущению величина приращения силы была равно $\Delta F_{BZ} = 1000$ H.

Номер набора	1	2	3
параметров			
$t_{\Pi\Pi}$, c	0,0271	0,0105	0,0049
$\Delta z_{P.\mathrm{max}}$, M	$2,5905 \cdot 10^{-5}$	$7,075 \cdot 10^{-6}$	$1,8206 \cdot 10^{-6}$
$C_{Z. ДИН}$, Н/м	3,86 · 10 ⁷	$1,41 \cdot 10^8$	$5,49 \cdot 10^8$
$L_{ m min}$, дБ	145	160	172
$f_{{\scriptscriptstyle K\!P}},$ Гц	358	701	1163

Таблица 3.5 – Основные расчетные характеристики осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов



Рисунок 3.21 – Расчетная модель для построения графиков переходных процессов и частотных характеристик осевого электромагнитного подшипника для трех наборов параметров регуляторов



Рисунок 3.22 – Графики переходных процессов в осевом электромагнитном подшипнике по отношению к управляющему воздействию



Рисунок 3.23 – Графики переходных процессов в осевом электромагнитном подшипнике по отношению к возмущающему воздействию



Рисунок 3.24 – Частотные характеристики осевого электромагнитного подшипника по отношению к возмущающему воздействию

Полученные результаты позволяют корректно выбирать параметры цифровых регуляторов в зависимости от требуемых динамических характеристик осевого электромагнитного подшипника. Кроме того, расчет граничного значения периода дискретизации еще на этапе проектирования определяет необходимую тактовую частоту и вычислительную мощность микроконтроллера (или программируемого логического контроллера), на котором будет реализована цифровая система управления магнитной опоры.

106

3.6 Выводы по третьей главе

1. Обоснован выбор структурного построения системы управления электромагнитным подшипником.

2. Разработана методика параметрического синтеза регуляторов осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов, позволяющая повысить быстродействие и динамическую жесткость опоры.

3. Получены дискретные передаточные функции цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником с учетом вихревых токов.

4. Найдена зависимость параметров настроек цифровых регуляторов от периода дискретизации.

5. Рассчитаны основные ожидаемые динамические характеристики осевого электромагнитного подшипника турбонагнетателя при вариации параметров цифровых регуляторов.

4 ОСОБЕННОСТИ ТЕХНИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ОСЕВЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОДШИПНИКОМ

4.1 Исследование влияния квантования и ограничения сигналов по уровню на работу осевого электромагнитного подшипника

Цифровая система управления, в том числе и осевого электромагнитного подшипника, кроме дискретизации по времени обладает и квантованием сигналов по уровню. Квантование по уровню делает систему управления принципиально нелинейной [80], причем оно оказывает более сильное влияние на свойства цифровых регуляторов, чем дискретизация по времени [88]. Кроме того, эффект квантования может вступить в противоречие с ограничением сигналов по уровню. Это противоречие связанно с тем, что изменение сигнала на входе цифрового регулятора на одну дискрету приводит к появлению на выходе сигнала, превышающего величину ограничения.

Поэтому проведем исследование влияния квантования и ограничения сигналов по уровню на работу осевого электромагнитного подшипника. Строгого математического аппарата, позволяющего это сделать аналитически, не существует, поэтому проведем численное моделирование нелинейной цифровой системы управления осевого подшипника в программной среде Matlab Simulink.

Исследования проведем для трех наборов параметров регуляторов и периодов дискретизации, рассчитанных в третьей главе и представленных в таблицах 3.2 и 3.4. Расчетная модель для первого набора параметров (рисунок 4.1) учитывает алгоритм работы и ограничение выходного сигнала цифровых регуляторов, дискретизацию по уровню и нелинейную модель осевого электромагнитного подшипника, представленную блоком Subsystem (рисунок 4.2). С помощью этой модели получены следующие графики: процесса левитации ротора (рисунок 4.3), изменения вихревого тока (рисунок 4.4) и токов в противоположных магнитах (рисунки 4.5 и 4.6).


Рисунок 4.1 – Расчетная модель нелинейной цифровой системы управления

осевым электромагнитным подшипником для первого набора параметров регуляторов



Рисунок 4.2 – Расчетная нелинейная модель процесса перемещения ротора в

осевом электромагнитном подшипнике (блок Subsystem)



Рисунок 4.3 – Процесс левитации ротора в магнитном поле осевого подшипника при первом наборе параметров регуляторов



Рисунок 4.4 – График изменения вихревого тока



Рисунок 4.5 – График изменения тока *I*₁ при первом наборе параметров регуляторов



Рисунок 4.6 – График изменения тока I_2 при первом наборе параметров

регуляторов

Анализ графиков показывает, что при периоде дискретизации T = 0,0004 с и настройках регуляторов: $k_{\Pi\Pi} = k_{\Pi} = 1,179$, $T_{\Pi\Pi} = 0,2286$ с, $T_{II} = 0,0075$ с, – максимальная амплитуда колебаний ротора составляет 9 мкм, величина вихревого тока достигает $I_B = 5,5 \cdot 10^{-3}$ А, средний ток в электромагнитах равен 1,154 А, а его максимальное отклонение от этого значения составляет 0,024 А. Следует отметить, что максимум вихревого тока наблюдается в момент запуска системы управления со страховочного подшипника (рисунок 4.7).



Рисунок 4.7 – График изменения положения ротора при запуске системы со страховочного подшипника

При втором наборе параметров регуляторов: $k_{\Pi\Pi} = k_{\Pi} = 2,358$, $T_{\Pi\Pi} = 0,2286$ с, $T_{H} = 0,0037$ с, – и периоде дискретизации T = 0,0002 с расчетная модель будет выглядеть в соответствии с рисунком 4.8. Результаты компьютерного моделирования позволяют сделать вывод, что амплитуда колебания ротора относительно центрального положения достигает 23 мкм (рисунок 4.9). Средний ток в электромагнитах при этом равен 1,154 A, а его максимальное отклонение от этого значения составляет 0,04 A (рисунки 4.10 и 4.11).



Рисунок 4.8 – Расчетная модель нелинейной цифровой системы управления

осевым электромагнитным подшипником для второго набора параметров регуляторов



Рисунок 4.9 – Процесс левитации ротора в магнитном поле осевого подшипника при втором наборе параметров регуляторов



Рисунок 4.10 – График изменения тока I_1 при втором наборе параметров

регуляторов



Рисунок 4.11 – График изменения тока *I*₂ при втором наборе параметров регуляторов

В случае применение периода дискретизации и третьего набора параметров: $k_{\Pi \Pi} = k_{\Pi} = 4,716$, $T_{\Pi \Pi} = 0,2286$ с, $T_{H} = 0,0019$ с (рисунок 4.12), – амплитуда колебаний ротора возрастает до 130 мкм (рисунок 4.13). Средний ток в электромагнитах равен 1,156 A, а максимальное отклонение достигает 0,221 A (рисунки 4.14 и 4.15). График изменения вихревого тока при всех наборах параметров регуляторов одинаков и имеет вид, представленный на рисунке 4.4. Следует отметить, что все результаты моделирования получены в предположении, что изначально ротор находится на страховочном подшипнике, имеющем зазор в центральном положении 0,4 мм.



Рисунок 4.12 – Расчетная модель нелинейной цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником для третьего набора параметров регуляторов



Рисунок 4.13 – Процесс левитации ротора в магнитном поле осевого подшипника при третьем наборе параметров регуляторов



Рисунок 4.14 – График изменения тока I_1 при третьем наборе параметров

регуляторов



Рисунок 4.15 – График изменения тока *I*₂ при третьем наборе параметров регуляторов

Колебания ротора амплитудой в 130 мкм, полученные в случае применения третьего набора параметров, как правило, является недопустимыми при эксплуатации роторных механизмов. Кроме того, результаты моделирования не учитывают помеху датчика положения, которая приводит к увеличению амплитуды колебаний.

Наилучший результат с позиций минимизации вибраций ротора дает первый набор параметров, но при этом по сравнению со вторым набором динамическая жесткость опоры уменьшается в 3,65 раза (см. таблицу 3.5).

Проведем анализ резонансной частоты ротора в осевом подшипнике для турбонагнетателя железнодорожного дизеля ТК41В-26. Если ротор подвешивается в осевом направлении с помощью одного электромагнитного подшипника, механическая резонансная частота может быть посчитана по формуле

$$\omega_{PE3} = \sqrt{\frac{C_{Z.\mathcal{Д}UH}}{m}} \,. \tag{4.1}$$

Поскольку ротор тубонагнетателя обладает массой в 36 кг, а динамическая жесткость опоры при первом наборе параметров составляет 3,86·10⁷ Н/м (см. таблицу 3.5), механическая резонансная частота будет равна 1035 рад/с (или 164 Гц). Максимальная скорость вращения ротора турбонагнетателя составляет 18000 об/мин или 1884 рад/с (300 Гц). Следовательно, при жесткости опоры, которую обеспечивает первый набор параметров, за счет осевого биения диска электромагнитного подшипника или неточности изготовления измерительного кольца в системе управления могут возникнуть резонансные явления при разгоне ротора.

Подставим в формулу (4.1) жесткость подшипника $1,41 \cdot 10^8$ Н/м, которая достигается при втором наборе параметров регуляторов. Элементарный расчет показывает, что механический резонанс в этом случае может возникнуть на частоте 1979 рад/с (или 314 Гц). Отсюда следует вывод, что резонансных явлений не будет наблюдаться при втором наборе параметров регуляторов во всем диапазоне частот вращения, но амплитуда колебаний, вызванная дискретизацией и ограничением сигналов по уровню, приведет к колебаниям ротора в 23 дискреты датчика положения, то есть в 23 мкм.

4.2 Способ уменьшения колебаний ротора, вызванных квантованием сигналов по времени и уровню

Анализ причин возникновения колебаний ротора в цифровой системе управления электромагнитном подшипнике, как осевом, так и радиальном, показывает, что в основе лежит противоречие между большими коэффициентами при производных и ограничением сигнала в регуляторах. Действительно, если внимательно посмотреть на формулы (3.20) и (3.21), то можно прийти к выводу, что при изменении сигнала на входе звена, вычисляющего скорость, на одну дискрету на его выходе появляется сигнал равный отношению $\frac{k_{OCC}}{T}$. Коэффициент же при производной в ПД-регуляторе определяется выражением $\frac{T_{ПЛ}}{T}$. Значения коэффи

циентов при производных в регуляторах для трех наборов параметров сведены в таблицу 4.1.

Таблица 4.1 – Значения коэффициентов при производных в регуляторах для трех наборов параметров

Номер набора	1	2	3
параметров			
$rac{k_{OCC}}{T}$	8	16	32
$rac{T_{\Pi II}}{T}$	571,5	1143	2286

В то же время ограничение выходного сигнала регуляторов, принятое при моделировании, равно 1023 дискреты (десять двоичных разрядов). Поэтому рассматриваемая цифровая система управления осевым электромагнитным подшипником при втором и третьем наборе параметров начинает работать как релейная.

Есть четыре выхода из сложившейся ситуации:

1. Применять настройки регуляторов с малыми коэффициентами передачи и постоянными времени.

2. Увеличивать значение периода дискретизации и, как следствие, уменьшать частоту замыкания программного цикла.

3. Производить форсирование сигналов не за счет операций дифференцирования, а косвенными методами, например, за счет применения пропорциональноинтегральных или ПИД законов регулирования.

4. Искать новые способы вычисления производных и соответственно формирования ПД-регуляторов.

Первые три способа влекут за собой снижение быстродействия и динамической жесткости электромагнитного подшипника и, как следствие, необходимость бороться с резонансными явлениями в роторном механизме [47, 48]. Например, в системе управления «Неман-100» пришлось применить методы косвенного форсирования силовых электромагнитов за счет свойств параллельно включенных (относительно сигнала обратной связи) интегрального и пропорционального регуляторов и дифференцирующего звена [28].

Действительно, передаточная функция комплекса регуляторов относительно сигнала датчика положения ротора в рассматриваемой трехконтурной системе управления в соответствии с формулой (3.1)

$$W_{PE\Gamma}^{3K}(p) = \frac{N_Z(p)}{z_{Д\Pi}(p)} = -\frac{k_{\Pi}k_{\Pi \Pi} \left(T_{\Pi \Pi} p + 1\right) \left(\frac{k_{OCC}T_{II}}{k_{\Pi}} p^2 + T_{II} p + 1\right)}{T_{II} p}.$$
(4.2)

Из формулы (4.2) следует, что форсирование сигналов на входе силового преобразователя и, следовательно, электромагнитов можно производить за счет постоянной времени $T_{\Pi\Pi}$ или посредством совокупности параметров T_{H} , k_{Π} и k_{OCC} . Однако, компенсация инерционности электромагнитов за счет постоянной времени T_{H} приводит к тому, что замкнутая система управления электромагнитным подшипником становится «медленной». Действительно, для компенсации утроенного значения постоянной времени электромагнита с учетом вихревых токов (0,2286 с) при $k_{\Pi} = 2,358$ и $k_{OCC} = 0,0032$ с величина постоянной времени интегрального регулятора должна быть равна $T_{H} = 0,23$ с.

Причина больших коэффициентов при производных объясняется способом дифференцирования. Дискретные передаточные функции регуляторов (3.20) и (3.21) справедливы при вычислении производной как первой обратной разности [80]

$$\nabla \varepsilon[n] = \varepsilon[n] - \varepsilon[n-1], \tag{4.3}$$

где ε - рассогласование на входе регулятора; n- целое число (текущий такт вычислений)

Для улучшения свойств цифровых регуляторов предложено использовать новый алгоритм дифференцирования [89], при котором вычисление производной осуществляется по формуле:

$$\nabla \varepsilon[n] = \varepsilon[n] - \varepsilon[n-k], \qquad (4.4)$$

где *k* – целое число (число тактов запаздывания).

Формула (4.4) показывает, что производная находится как первая обратная разность, но при этом осуществляется ее усреднение за k тактов.

Эффект от применения такого способа вычисления производной удобно продемонстрировать на примере последовательного соединения интегрального и пропорционально-дифференциального регуляторов с общей непрерывной передаточной функцией

$$W_{HIIJI}(p) = \frac{1}{T_{H}p} (T_{IIJI}p + 1).$$
(4.5)

Передаточную функцию, аналогичную (4.5), можно получить с помощью пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора с непрерывной передаточной функцией

$$W_{\Pi B}(p) = k_{\Pi} + \frac{1}{T_{\Pi}p} = \frac{k_{\Pi}T_{\Pi}p + 1}{T_{\Pi}p}.$$
(4.6)

Если при переходе к цифровой технической реализации в регуляторе (4.5) производную вычислять по формуле (4.3), то его дискретная передаточная функция будет выглядеть следующим образом

$$W_{\mu \Pi I I I}(z) = \frac{T_Z}{T_{II}(z-1)} \frac{(T_{\Pi I I} + T)z - T_{\Pi I I}}{T_Z}.$$
(4.7)

При расчете производной по выражению (4.4) регулятор (4.5) будет иметь дискретную передаточную функцию

$$W_{\mu \Pi \Pi 2}(z) = \frac{T_{Z}}{T_{\mu}(z-1)} \frac{\left(T_{\Pi \pi} + kT\right) z^{k} - T_{\Pi \pi}}{kT z^{k}}.$$
(4.8)

Цифровой ПИ-регулятор описывается дискретной передаточной функцией

$$W_{\Pi H}(z) = k_{\Pi} + \frac{Tz}{T_{H}(z-1)}.$$
(4.9)

Допустим, что цифровой регулятор должен осуществлять компенсацию апериодической составляющей объекта управления равной 0,02 с при периоде дискретизации T = 0,0002 с. Все три регулятора (4.7), (4.8) и (4.9) могут выполнить эту функцию, но различными средствами. На расчетной модели (рисунок 4.16) это учтено следующими параметрами: $k_{II} = 4$, $T_{II} = 0,005$ c, $T_{III} = 0,02$ c.



Рисунок 4.16 – Расчетная модель для сравнения выходных сигналов цифровых регуляторов (4.7), (4.8) и (4.9)

Анализ реакции регуляторов на ступенчатое воздействие (рисунок 4.17) показывает, что самый гладкий сигнал наблюдается у ПИ-регулятора (кривая 1). Выходной сигнал регулятора с передаточной функцией (4.7), осуществляющего дифференцирование по формуле (4.3), отличается большими бросками (кривая 2). У регулятора с дискретной передаточной функцией (4.8), вычисляющим производную в соответствии с выражением (4.4) при k = 8 броски выходного сигнала (кривая 3) ровно в 8 раз меньше.



Рисунок 4.17 – Выходные сигналы цифровых регуляторов (4.7), (4.8) и (4.9)

Применим способ вычисления производной (4.4) к регуляторам трехконтурной цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником. С учетом (4.4) расчет выходной величины ПД регулятора будет производиться по выражению:

$$x_{\Pi J I}[n] = k_{\Pi J I}^{BT} \left\{ \frac{T_{\Pi J I}^{BT}}{kT} \varepsilon[n] - \frac{T_{\Pi J I}^{BT}}{kT} \varepsilon[n-k] + \varepsilon[n] \right\}.$$

Дискретная передаточная функция ПД регулятора при этом принимает вид:

$$W_{\Pi \mu}(z) = \frac{x_{\Pi \mu}(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{k_{\Pi \mu}^{BT} \left(T_{\Pi \mu}^{BT} + kT\right)}{kT} \frac{\left(z^{k} - \frac{T_{\Pi \mu}^{BT}}{T_{\Pi \mu}^{BT} + kT}\right)}{z^{k}}.$$
(4.10)

Аналогично для дифференцирующего звена дискретная передаточная функция примет вид

$$W_{OCC}(z) = \frac{k_{OCC}^{BT}(z^{k} - 1)}{kTz^{k}}.$$
(4.11)

Применительно ко второму набору параметров (см. табл. 3.5) численные значения передаточных функций (4.10) и (4.11) при k = 2 будут выглядеть следующим образом:

$$W_{\Pi II}(z) = \frac{0.54z^2 - 0.539}{0.0004z^2}, W_{OCC}(z) = \frac{0.0032z^2 - 0.0032}{0.0032z^2}.$$
(4.12)

Разработанная расчетная модель трехконтурной цифровой системы (рисунок 4.18) позволяет исследовать процесс левитации ротора в осевом подшипнике с учетом регуляторов (4.12) и квантования сигналов по времени и уровню. График изменения положения (рис.4.19) показывает, что амплитуда колебаний ротора не превышает 10 мкм. Следовательно, можно сделать вывод, что применение нового способа формирования дифференциальной составляющей в регуляторах позволяет снизить вибрацию ротора, вызванную квантованием по времени и уровню, в 2,3 раза. При этом снижаются и колебания токов в катушках электромагнитов (рисунки 4.20 и 4.21). Средний ток в электромагнитах равен 1,154 A, а его максимальное отклонение от этого значения составляет 0,027 A.

Следует также отметить, что применение предлагаемого подхода к определению производной в дифференцирующих устройствах и ПД-регуляторах сохраняет ту же простоту вычислений, как и при нахождении первой обратной разности. Это позволяет, в частности, проектировать такие цифровые системы, в которых операции умножения заменяются процедурами сдвига, что значительно упрощает техническую реализацию и снижает стоимость управляющего устройства.



Рисунок 4.18 – Расчетная модель нелинейной цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником для второго набора параметров регуляторов



Рисунок 4.19 – Процесс левитации ротора в магнитном поле осевого подшипника при втором наборе параметров регуляторов и *k* = 2



Рисунок 4.20 – График изменения тока I_1 при втором наборе параметров регуляторов и k = 2



Рисунок 4.21 – График изменения тока I_2 при втором наборе параметров регуляторов и k = 2

4.3 Дискретная математическая модель цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником с учетом нового способа формирования сигналов регуляторов

Структурная схема цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником осталась прежней и соответствует рис. 3.16. Изменились лишь выражения передаточных функций ПД-регулятора и дифференцирующего звена во внутреннем контуре подшипника. Поэтому, подставляя в выражение (3.22) формулы (3.16), (4.10) и (4.11) получим дискретную передаточную функцию первого (внутреннего) контура с учетом как вихревых токов, так и предлагаемого способа вычисления производных в регуляторах

$$W_{10}(z) = \frac{k_8 W_{110}(z)}{z^{2k+5} + a_{11} z^{2k+4} + a_{21} z^{2k+3} + a_{31} z^{2k+2} + a_{41} z^{2k+1} + a_{51} z^{2k} + k_8 k_9 k_{\Delta II} W_{111}(z)},$$

где
$$k_8 = \frac{k_{\Pi\Pi}^{BT} \left(T_{\Pi\Pi}^{BT} + T\right)}{kT}; k_9 = \frac{k_{OCC}^{BT}}{kT}; h_8 = \frac{T_{\Pi\Pi}^{BT}}{T_{\Pi\Pi}^{BT} + kT}$$

 $W_{110}(z) = b_{01}z^{2k+4} + b_{11}z^{2k+3} + b_{21}z^{2k+2} + b_{31}z^{2k+1} + b_{41}z^{2k} - h_8b_{01}z^{k+4} - h_8b_{11}z^{k+3} - h_8b_{21}z^{k+2} - h_8b_{31}z^{k+1} - h_8b_{41}z^k$
 $W_{111}(z) = b_{01}z^{2k+4} + b_{11}z^{2k+3} + b_{21}z^{2k+2} + b_{31}z^{2k+1} + b_{41}z^{2k} - (1+h_8)b_{01}z^{k+4} - (1+h_8)b_{11}z^{k+3} - (1+h_8)b_{21}z^{k+2} - (1+h_8)b_{31}z^{k+1} - (1+h_8)b_{41}z^k + h_8b_{01}z^4 + h_8b_{11}z^3 + h_8b_{21}z^2 + h_8b_{31}z + h_8b_{41}$.
Тогда в соответствии с (3.24) передаточная функция второго замкнутого контура

будет равна

$$W_{20}(z) = \frac{k_8 k_{\Pi}^{BT} W_{110}(z)}{z^{2k+5} + a_{11} z^{2k+4} + a_{21} z^{2k+3} + a_{31} z^{2k+2} + a_{41} z^{2k+1} + a_{51} z^{2k} + k_8 k_9 k_{\Pi} W_{111}(z) + .$$
(4.13)
+ $k_8 k_{\Pi}^{BT} k_{\Pi} W_{110}(z)$

Подставляя (3.18) и (4.13) в (3.26), получим дискретную передаточную функцию цифровой системы управления электромагнитным подшипником с учетом вихревых токов и нового способа вычисления производных

$$B_{01}z^{2k+5} + B_{11}z^{2k+4} + B_{21}z^{2k+3} + B_{31}z^{2k+2} + B_{41}z^{2k+1} + B_{51}z^{k+5} +
W_{30}(z) = \frac{+B_{61}z^{k+4} + B_{71}z^{k+3} + B_{81}z^{k+2} + B_{91}z^{k+1}}{z^{2k+6} + A_{11}z^{2k+5} + A_{21}z^{2k+4} + A_{31}z^{2k+3} + A_{41}z^{2k+2} + A_{51}z^{2k+1} + A_{61}z^{2k} + ,
+ A_{71}z^{k+5} + A_{81}z^{k+4} + A_{91}z^{k+3} + A_{101}z^{k+2} + A_{111}z^{k+1} + A_{121}z^{k} + A_{131}z^{5} +
+ A_{141}z^{4} + A_{151}z^{3} + A_{161}z^{2} + A_{171}z + A_{181}$$

$$(4.14)$$

пде
$$B_{01} = k_{10}b_{01}$$
; $B_{11} = k_{10}b_{11}$; $B_{21} = k_{10}b_{21}$; $B_{31} = k_{10}b_{31}$; $B_{41} = k_{10}b_{41}$; $B_{51} = -k_{10}h_8b_{01}$;
 $B_{61} = -k_{10}h_8b_{11}$; $B_{71} = -k_{10}h_8b_{21}$; $B_{81} = -k_{10}h_8b_{31}$; $B_{91} = -k_{10}h_8b_{41}$; $k_{10} = k_7k_8k_{11}^{BT}$;
 $A_{11} = a_{11} - 1 + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{01}$; $A_{21} = a_{21} - a_{11} + (k_{11} + k_{12})(b_{11} - b_{01}) + k_{13}b_{11}$;
 $A_{31} = a_{31} - a_{21} + (k_{11} + k_{12})(b_{21} - b_{11}) + k_{13}b_{21}$; $A_{41} = a_{41} - a_{31} + (k_{11} + k_{12})(b_{31} - b_{21}) + k_{13}b_{31}$;
 $A_{51} = a_{51} - a_{41} + (k_{11} + k_{12})(b_{41} - b_{31}) + k_{13}b_{41}$; $A_{61} = -[a_{51} + (k_{11} + k_{12})b_{41}]$;
 $A_{71} = -[k_{11}(1 + h_8) + (k_{12} + k_{13})h_8]b_{01}$;
 $A_{81} = -\{[k_{11}(1 + h_8) + (k_{12} + k_{13})h_8]b_{11} - [k_{11}(1 + h_8) + k_{12}h_8]b_{01}\}$;
 $A_{91} = -\{[k_{11}(1 + h_8) + (k_{12} + k_{13})h_8]b_{21} - [k_{11}(1 + h_8) + k_{12}h_8]b_{11}\}$;

$$\begin{split} A_{101} &= -\left\{ \left[k_{11} \left(1+h_8 \right) + \left(k_{12} + k_{13} \right) h_8 \right] b_{31} - \left[k_{11} \left(1+h_8 \right) + k_{12} h_8 \right] b_{21} \right\}; \\ A_{111} &= -\left\{ \left[k_{11} \left(1+h_8 \right) + \left(k_{12} + k_{13} \right) h_8 \right] b_{41} - \left[k_{11} \left(1+h_8 \right) + k_{12} h_8 \right] b_{31} \right\}; \\ A_{121} &= \left[k_{11} \left(1+h_8 \right) + k_{12} h_8 \right] b_{41}; \ A_{131} &= k_{11} h_8 b_{01}; \ A_{141} &= k_{11} h_8 \left(b_{11} - b_{01} \right); \ A_{151} &= k_{11} h_8 \left(b_{21} - b_{11} \right); \\ A_{161} &= k_{11} h_8 \left(b_{31} - b_{21} \right); \ A_{171} &= k_{11} h_8 \left(b_{41} - b_{31} \right); \ A_{181} &= -k_{11} h_8 b_{41}; \ k_{11} &= k_8 k_9 k_{ZIT}; \\ k_{12} &= k_8 k_{II} k_{ZIT}; \ k_{13} &= k_7 k_8 k_{II} k_{ZIT}. \end{split}$$

Дискретная передаточная функция (4.14) позволяет на этапе проектирования исследовать устойчивость и динамические свойства осевого электромагнитного подшипника.

Проанализируем влияние числа k тактов запаздывания на устойчивость цифровой системы магнитной опоры и определим граничные значения периода дискретизации $T_{\Gamma P}$. При k = 1 передаточная функция (4.14) принимает вид

$$W_{31}(z) = \frac{b_{08}z^7 + b_{18}z^6 + b_{28}z^5 + b_{38}z^4 + b_{48}z^3 + b_{58}z^2}{z^8 + a_{18}z^7 + a_{28}z^6 + a_{38}z^5 + a_{48}z^4 + a_{58}z^3 + a_{68}z^2 + a_{78}z + a_{88}},$$
(4.15)

FIGE
$$b_{08} = k_{10}b_{01}$$
; $b_{18} = k_{10}(b_{11} - h_8b_{01})$; $b_{28} = k_{10}(b_{21} - h_8b_{11})$; $b_{38} = k_{10}(b_{31} - h_8b_{21})$
 $b_{48} = k_{10}(b_{41} - h_8b_{31})$; $b_{58} = -k_{10}h_8b_{41}$; $a_{18} = a_{11} - 1 + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{01}$;
 $a_{28} = a_{21} - a_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{11} - (k_{11} + k_{12})b_{01} - [k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{01}$;
 $a_{38} = a_{31} - a_{21} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{21} - [2k_{11} + k_{12} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{11} + [k_{11} + (2k_{11} + k_{12})h_8]b_{01}$
 $a_{48} = a_{41} - a_{31} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{31} - [2k_{11} + k_{12} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{21} + [k_{11} + (2k_{11} + k_{12})h_8]b_{11} - k_{11}h_8b_{01}$
 $a_{58} = a_{51} - a_{41} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{41} - [2k_{11} + k_{12} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{31} + [k_{11} + (2k_{11} + k_{12})h_8]b_{21} - k_{11}h_8b_{11}$
 $a_{68} = -a_{51} - [2k_{11} + k_{12} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{41} + [k_{11} + (2k_{11} + k_{12})h_8]b_{31} - k_{11}h_8b_{21}$;
 $a_{78} = [k_{11} + (2k_{11} + k_{12})h_8]b_{41} - k_{11}h_8b_{31}$; $a_{88} = -k_{11}h_8b_{41}$.

Для турбонагнетателя железнодорожного дизеля ТК41В-26 при параметрах электромагнитного $k_{\Pi\Pi} = k_{\Pi} = 2,358,$ регуляторов осевого подшипника $T_{\Pi II} = 0,2286$ с, $T_{II} = 0,0037$ с (второй набор параметров) и периоде дискретизации T = 0,0002c коэффициенты передаточной функции (4.15) равны: $b_{08} = 1,06066809 \cdot 10^{-9};$ $b_{18} = 1,17750602 \cdot 10^{-9};$ $b_{28} = -8,22487917 \cdot 10^{-9};$ $b_{38} = 7,7387232 \cdot 10^{-9};$ $b_{48} = -8,1378002 \cdot 10^{-10};$ $b_{58} = -9,382366 \cdot 10^{-10};$ $a_{28} = 14,2789562625;$ $a_{38} = -20,1829873562;$ $a_{18} = -5,7232478549;$ $a_{48} = 17,3110582903; a_{58} = -8,6575343861; a_{68} = 1,940774621; a_{78} = 0,150757369;$ *a*₈₈ = -0,117776944, - то есть полностью совпадают со значениями, полученными по формулам (3.27).

Если количество тактов запаздывания равно k = 2, передаточная функция (4.14) будет выглядеть следующим образом

$$W_{32}(z) = \frac{b_{010}z^9 + b_{110}z^8 + b_{210}z^7 + b_{310}z^6 + b_{410}z^5 + b_{510}z^4 + b_{610}z^3}{z^{10} + a_{110}z^9 + a_{210}z^8 + a_{310}z^7 + a_{410}z^6 + a_{510}z^5 + a_{610}z^4 + a_{710}z^3 +}, \qquad (4.16)$$
$$+ a_{810}z^2 + a_{910}z + a_{1010}$$

где $b_{010} = k_{10}b_{01}$; $b_{110} = k_{10}b_{11}$; $b_{210} = k_{10}(b_{21} - h_8b_{01})$; $b_{310} = k_{10}(b_{31} - h_8b_{11})$; $b_{410} = k_{10}(b_{41} - h_8b_{21})$; $b_{510} = -k_{10}h_8b_{31}$; $b_{610} = -k_{10}h_8b_{41}$; $a_{110} = a_{11} - 1 + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{01}$; $a_{210} = a_{21} - a_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{11} - (k_{11} + k_{12})b_{01}$; $a_{310} = a_{31} - a_{21} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{21} - (k_{11} + k_{12})b_{11} - [k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{01}$; $a_{410} = a_{41} - a_{31} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{31} - (k_{11} + k_{12})b_{21} - [k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{11} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{01}$; $a_{510} = a_{51} - a_{41} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{41} - (k_{11} + k_{12})b_{31} - [k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{21} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{11} + k_{11}h_8b_{01}$; $a_{610} = -a_{51} - (k_{11} + k_{12})b_{41} - [k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{31} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{21} + k_{11}h_8(b_{11} - b_{01})$;

$$a_{810} = \begin{bmatrix} k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8 \end{bmatrix} b_{41} + k_{11}h_8 (b_{31} - b_{21}); a_{910} = k_{11}h_8 (b_{41} - b_{31}); a_{1010} = -k_{11}h_8 b_{41}.$$

Численные значения коэффициентов передаточной функции (4.16) для второго
набора параметров равны: $b_{010} = 5,30797626 \cdot 10^{-10}; b_{110} = 1,1196013 \cdot 10^{-9};$
 $b_{210} = -3,52728222 \cdot 10^{-9}; b_{310} = -2,3969338 \cdot 10^{-10}; b_{410} = 3,46211525 \cdot 10^{-9};$
 $b_{510} = -8,7641874 \cdot 10^{-10}; b_{610} = -4,69118301 \cdot 10^{-10}; a_{110} = -5,8334105696;$
 $a_{210} = 14,4430651241; a_{310} = -19,2203412935; a_{410} = 14,0537678055;$
 $a_{510} = -4,8250381549; a_{610} = 0,3262483592; a_{710} = -0,1997140485;$

 $a_{_{810}} = 0,3104312499$; $a_{_{910}} = -0,0255642345$; $a_{_{1010}} = -0,029444236$.

При *k* = 3 формула (4.14) превращается в передаточную функцию

$$W_{33}(z) = \frac{b_{011}z^{11} + b_{111}z^{10} + b_{211}z^9 + b_{311}z^8 + b_{411}z^7 + b_{511}z^6 + b_{611}z^5 + b_{711}z^4}{z^{12} + a_{111}z^{11} + a_{211}z^{10} + a_{311}z^9 + a_{411}z^8 + a_{511}z^7 + a_{611}z^6 + a_{711}z^5 +}, \qquad (4.17)$$
$$+ a_{811}z^4 + a_{911}z^3 + a_{1011}z^2 + a_{1111}z + a_{1211}$$

$$\begin{aligned} & h_{12} e \ b_{011} = k_{10} b_{01}, \ b_{111} = k_{10} b_{11}, \ b_{211} = k_{10} b_{21}, \ b_{311} = k_{10} (b_{31} - h_8 b_{01}); \\ & b_{411} = k_{10} (b_{41} - h_8 b_{11}); \ b_{511} = -k_{10} h_8 b_{21}; \ b_{611} = -k_{10} h_8 b_{31}; \ b_{711} = -k_{10} h_8 b_{41}; \\ & a_{111} = a_{11} - 1 + (k_{11} + k_{12} + k_{13}) b_{01}; \\ & a_{211} = a_{21} - a_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13}) b_{11} - (k_{11} + k_{12}) b_{01}; \\ & a_{311} = a_{31} - a_{21} + (k_{11} + k_{12} + k_{13}) b_{21} - (k_{11} + k_{12}) b_{11}; \\ & a_{411} = a_{41} - a_{31} + (k_{11} + k_{12} + k_{13}) b_{31} - (k_{11} + k_{12}) b_{21} - [k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13}) h_8] b_{11}; \\ & a_{511} = a_{51} - a_{41} + (k_{11} + k_{12} + k_{13}) b_{41} - (k_{11} + k_{12}) b_{31} - [k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13}) h_8] b_{11} + \\ & + [k_{11} + (k_{11} + k_{12}) h_8] b_{01} \\ & a_{611} = -a_{51} - (k_{11} + k_{12}) b_{41} - [k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13}) h_8] b_{21} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12}) h_8] b_{11}; \\ & a_{711} = -[k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13}) h_8] b_{31} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12}) h_8] b_{21} + k_{11} h_8 b_{01}; \\ & a_{811} = -[k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13}) h_8] b_{41} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12}) h_8] b_{31} + k_{11} h_8 (b_{41} - b_{01}); \\ & a_{911} = [k_{11} + (k_{11} + k_{12}) h_8] b_{41} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12}) h_8] b_{31} + k_{11} h_8 (b_{31} - b_{21}); \\ & a_{1111} = k_{11} h_8 (b_{41} - b_{31}); \ a_{1211} = -k_{11} h_8 b_{41}. \end{aligned}$$

Для рассматриваемых параметров регуляторов и периоде дискретизации T = 0,0002 с коэффициенты передаточной функции (4.17) принимают следующие значения: $b_{011} = 3,54174136 \cdot 10^{-10}$; $b_{111} = 7,47052742 \cdot 10^{-10}$; $b_{211} = -2,00001972 \cdot 10^{-9}$; $b_{311} = 2,32565722 \cdot 10^{-10}$; $b_{411} = -4,31530718 \cdot 10^{-10}$; $b_{511} = 1,99478407 \cdot 10^{-9}$; $b_{611} = -5,8427916 \cdot 10^{-10}$; $b_{711} = -3,12745534 \cdot 10^{-10}$; $a_{111} = -5,8553504304$; $a_{211} = 14,418551032$; $a_{311} = -18,9736368538$; $a_{411} = 13,9034553887$; $a_{511} = -5,4779345658$; $a_{611} = 1,1493952417$; $a_{711} = -0,2496325448$; $a_{811} = 0,0438605417$; $a_{911} = -0,0130863271$.

Если принять при вычислении производных k = 4 порядок передаточной функции (4.14) возрастет до четырнадцатого:

$$\begin{split} W_{34}(z) &= \frac{b_{013}z^{13} + b_{113}z^{12} + b_{213}z^{11} + b_{313}z^{10} + b_{413}z^9 + b_{513}z^8 + b_{613}z^7 + b_{713}z^6 + b_{813}z^5}{z^{14} + a_{113}z^{13} + a_{213}z^{12} + a_{313}z^{11} + a_{413}z^{10} + a_{513}z^9 + a_{613}z^8 + a_{713}z^7 + a_{813}z^6 + a_{913}z^5 + a_{913}z^5 + a_{913}z^4 + a_{1113}z^3 + a_{1213}z^2 + a_{1313}z + a_{1413} \end{split}$$

FIGE $b_{013} = k_{10}b_{01}$; $b_{113} = k_{10}b_{11}$; $b_{213} = k_{10}b_{21}$; $b_{313} = k_{10}b_{31}$;
 $b_{413} = k_{10}(b_{41} - h_{8}b_{01})$; $b_{513} = -k_{10}h_8b_{11}$; $b_{613} = -k_{10}h_8b_{21}$; $b_{713} = -k_{10}h_8b_{31}$; $b_{813} = -k_{10}h_8b_{41}$
 $a_{113} = a_{11} - 1 + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{01}$;
 $a_{213} = a_{21} - a_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{11} - (k_{11} + k_{12})b_{01}$;
 $a_{313} = a_{31} - a_{21} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{31} - (k_{11} + k_{12})b_{11}$;
 $a_{413} = a_{41} - a_{31} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{31} - (k_{11} + k_{12})b_{21}$;
 $a_{513} = a_{51} - a_{41} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})b_{41} - (k_{11} + k_{12})b_{31} - [k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{01}$;
 $a_{613} = -a_{51} - (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{21} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{11}$;
 $a_{613} = -a_{51} - (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{21} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{11}$;
 $a_{613} = -a_{51} - (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{21} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{11}$;
 $a_{613} = -[k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{21} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{11}$;
 $a_{613} = -[k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{31} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{21}$;
 $a_{613} = -[k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{31} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{21}$;
 $a_{913} = -[k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{31} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{31} + k_{11}h_8b_{01}$;
 $a_{103} = [k_{11} + (k_{11} + k_{12} + k_{13})h_8]b_{41} + [k_{11} + (k_{11} + k_{12})h_8]b_{31} + k_{11}h_8(b_{21} - b_{11})$;

$$a_{1213} = k_{11}h_8(b_{31}-b_{21}); a_{1313} = k_{11}h_8(b_{41}-b_{31}); a_{1413} = -k_{11}h_8b_{41}.$$

Численные значения коэффициентов передаточной функции (4.18) для вто $b_{013} = 2,65862392 \cdot 10^{-10};$ рого набора параметров И T = 0.0002с равны: $b_{313} = 4,39742911 \cdot 10^{-10};$ $b_{113} = 5,60778465 \cdot 10^{-10};$ $b_{213} = -1,5013237 \cdot 10^{-9};$ $b_{413} = -2,95552294 \cdot 10^{-11};$ $b_{513} = -5,5882283 \cdot 10^{-10};$ $b_{613} = 1,49608805 \cdot 10^{-9};$ $b_{713} = -4,3820937 \cdot 10^{-10};$ $b_{813} = -2,3455915 \cdot 10^{-10};$ $a_{113} = -5,8635489151;$ $a_{213} = 14,4093682978;$ $a_{313} = -18,9102334159;$ $a_{413} = 13,921062757;$ $a_{613} = 0,8498264367;$ $a_{713} = 0,1687142148;$ $a_{513} = -5,4527726194;$ $a_{013} = 0,0246517904;$ $a_{813} = -0,1578414302;$ $a_{1013} = 0,0283101583;$ $a_{1113} = -0,0644882973;$ $a_{1213} = 0,0607031421;$ $a_{1313} = -6,3910586332 \cdot 10^{-3};$ $a_{1413} = -7,3610590023 \cdot 10^{-3}$.

Полученные формулы (4.15) – (4.18) позволяют, прежде всего, определить граничные значения периода дискретизации $T_{\Gamma P}$, при которых система управления осевым электромагнитным подшипником будет находиться на границе устойчивости. Для рассматриваемых параметров настройки регуляторов и различных значения k граничные значения $T_{\Gamma P}$ найдены и сведены в таблицу 4.2.

Таблица 4.2 – Граничные значения периода дискретизации

в зависимости от количества тактов запаздывания и	k
---	---

k	1	2	3	4
$T_{{\scriptscriptstyle \Gamma}{\scriptscriptstyle P}},{f c}$	0,000232	0,000142	0,000102	0,00008
$T_{{\scriptscriptstyle \Gamma}{\scriptscriptstyle P2}}$, c	0,00057	0,00027	0,00018	0,000165

Значения $T_{\Gamma P}$ получены в предположении, что система управления магнитной опорой является линейной. Фактически же в ней действует ограничение сигналов по уровню на выходе регуляторов (силового преобразователя), которое положительно влияет на устойчивость электромагнитного подшипника. Поэтому методом компьютерного моделирования определены граничные значения $T_{\Gamma P2}$ периода дискретизации с учетом нелинейности объекта и цифровой системы. Причем за граничное бралось значение, при котором начиналось увеличение амплитуды колебаний ротора.

Проведенные исследования позволяют на этапе проектирования цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником корректно выбирать период дискретизации по времени и, как следствие, частоту замыкания программного цикла. Поэтому при известном алгоритме вычисления выходного сигнала регуляторов можно сформулировать требования к вычислительной мощности микроконтроллера, на котором должна быть реализована цифровая система управления электромагнитным подшипником.

4.4 Аппаратная техническая реализация цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником

Техническая реализация цифровой системы управления комплектом электромагнитных подшипников может быть осуществлена различными средствами. Один из подходов заключается в применении программируемого контроллера с большой вычислительной мощностью. Однако, стоимость контроллера является ограничивающим фактором при внедрении электромагнитных подшипников. Но существуют потенциальные потребители электромагнитного подвеса ротора, которые требуют малых затрат на систему управления. К ним относятся, например, высокоскоростные шпиндели.

Существенно снизить затраты на систему управления электромагнитным подшипником, в том числе и осевым, позволяет аппаратная техническая реализация регуляторов на микросхемах средней степени интеграции или программируемой логической интегральной схеме. С учетом предложенного способа вычисления производной функциональная схема совокупности пропорционального и пропорционально-дифференциального регуляторов выглядит следующим образом (рисунок 4.22) [90].





Она содержит регистры 1 – 7, сумматоры 8 – 11, мультиплексор 12 с запоминанием, триггер 13 знака, блок 14 ограничения, генераторы 15 и 16 прямоугольных импульсов, блок 17 синхронизации, шину 18 входного сигнала с интегрального регулятора (рисунок 4.23), шину 19 сигнала датчика положения, вход 20 готовности сигнала датчика положения, вход 21 готовности сигнала интегрального регулятора, шину 22 выходного сигнала, шину 23 знака выходного сигнала.



Рисунок 4.23 – Функциональная схема интегрального регулятора

Интегральный регулятор состоит из регистров 24 – 26, сумматоров 27 и 28, блока 29 ограничения, генератора 30 прямоугольных импульсов, блока 31 синхронизации. Интегральный регулятор имеет также шину 32 сигнала датчика положения, вход 33 готовности сигнала датчика положения, шину 34 выходного сигнала, выход 35 готовности сигнала интегрального регулятора.

Цифровой регулятор, для системы управления электромагнитным подшипником, представленный на рисунках 4.22 и 4.23, работает следующим образом. При отклонении ротора от центрального положения на входные шины 19 и 32 регуляторов поступает цифровой код с датчика [91] положения ротора. По приходу сигнала стробирования на входы 20 и 33 блоков 17 и 31 синхронизации этот код записывается в регистры 1 и 24. При этом посредством регистров 1, 2 и 3, сумматора 8, и соответствующих связей на выходе регистра 4 начинает формироваться цифровой код, пропорциональный скорости перемещения ротора в поле электромагнитов. Величина постоянной времени дифференцирования определяется периодом выходного сигнала генератора 15 прямоугольных импульсов, который через блок 17 синхронизации воздействует на входы стробирования регистров 1, 2 и 3. Постоянная времени дифференцирования определяется также сдвигом выходных разрядов регистров 1 и 3 относительно разрядов сумматора 8. Одновременно с помощью сумматора 27 и регистра 25 формируется интегральная составляющая закона регулирования, причем постоянная времени интегрирования определяется периодом выходного сигнала генератора 30 прямоугольных импульсов, который через блок 31 синхронизации воздействует на входы стробирования регистров 25 и 26. При этом сумматор 28 и регистр 26 находят разность интегральной составляющей регулятора и сигнала с датчика положения ротора, которая с выходной шины 34 подается на шину 18. Постоянная времени интегрирования определяется также сдвигом выходных разрядов регистра 25 относительно разрядов сумматора 28. Блок 31 синхронизации на выходе 35 формирует импульс по готовности выходного сигнала регистра 26, Этот импульс поступает на вход 21 блока 17 синхронизации. В дальнейшем на выходе сумматора 9 формируется и по сигналу с блока 17 синхронизации записывается в регистр 5 разность пропорциональной составляющей закона регулирования и сигнала с выхода регистра 4 (скорости перемещения ротора). Коэффициент передачи пропорциональной составляющей определяется сдвигом разрядов регистра 34 относительно разрядов сумматора 9. Дальнейшее прохождение сигналов в цифровом регуляторе определяется периодом выходного сигнала генератора 16 прямоугольных импульсов, который через блок 17 синхронизации осуществляет последовательное стробирование мультиплексора 12 с запоминанием, триггера 13 знака и регистров 6 и 7. При этом на выходах регулятора 22 и 23, т. е. на выходе мультиплексора 12 с запоминанием и триггера 13 знака формируется цифровой код пропорциональный собственно разности между пропорциональной составляющей и скорости перемещения и первой производной от этой разности. Таким образом, регистры 5, 6 и 7, сумматоры 10 и

11, а также мультиплексор 12 с запоминанием и триггер 13 знака осуществляют закон регулирования, соответствующий пропорционально-дифференциальному регулятору. Постоянная времени пропорционально-дифференциального регулятора определяется периодом генератора 16 прямоугольных импульсов и сдвигом выходных разрядов регистров 5 и 7 относительно разрядов сумматора 10. Коэффициент передачи пропорционально-дифференциального регулятора определяется сдвигом выходных разрядов сумматора 11 относительно разрядов мультиплексора 12 с запоминанием. В случае превышения выходным сигналом сумматора 11 определенной величины срабатывает блок 14 ограничения, который в зависимости от знака сигнала подает на второй вход мультиплексора 12 с запоминанием сигнал низкого или высокого уровня, а по третьему его входу производит переключение входов мультиплексора. В результате на выходе цифрового регулятора сигнал изменяется в заданных пределах. Блок 29 ограничения в свою очередь не позволяет превысить определенного значения интегральной составляющей закона регулирования. Это достигается блокировкой блока 31 синхронизации. Входы 20 и 21 блока 17 синхронизации, а также вход 33 блока 31 синхронизации необходимы для обеспечения бесперебойной работы совокупности интегрального, пропорционального и пропорционально-дифференциального цифровых регуляторов.

Выходной сигнал с шины 22 (и знак этого сигнала на выходе шины 23) цифрового пропорционально-дифференциального регулятора предназначен для управления силовым преобразователем (например, цифровым широтно-импульсным преобразователем), к выходу которого подключены обмотки ЭМ1 и ЭМ2 электромагнитов подшипника по одной оси (рисунок 4.24).

Силовой преобразователь управляется цифровым широтно-импульсным модулятором [92], который содержит генератор 36 прямоугольных импульсов, счетчики 37 и 38, счетный триггер 39, триггер 40 знака, элементы 41 и 42 ИЛИ, триггер 43, инвертор 44, элемент 45 И, мультиплексоры 46 и 47, схему 48 сброса, выходные шины 49 и 50, шину 51 входного сигнала, шину 52 знака и шину 53 блокировки.



Рисунок 4.24 – Функциональная схема широтно-импульсного преобразователя для управления электромагнитами

Цифровой модулятор для силового преобразователя электромагнитного подшипника работает следующим образом. После включения напряжения питания схема 48 сброса формирует сигнал, который устанавливает в исходное состояние триггер 43, стробирует через элемент 45 И счетчики 37 и 38, а также через инвертор 44 – триггер 40 знака. При этом входной сигнал с шины 51 записывается в прямом (при положительном знаке сигнала) или дополнительном (при отрицательном знаке сигнала) коде в счетчик 38, а код знака этого сигнала (с шины 52) записывается в триггер 40 знака.

В зависимости от знака входного сигнала импульсы генератора 36 с частотой f_0 (рисунок 4.25 а) проходят либо через элемент 41 ИЛИ (знак положительный), либо элемент 42 ИЛИ (знак отрицательный) и поступают соответственно либо на вход прямого счета, либо на вход обратного счета счетчика 37.



Рисунок 4.25 – Диаграммы работы цифрового широтно-импульсного модулятора

В зависимости от величины *N* входного сигнала на выходе переноса счетчика 37 через промежуток времени

$$t_1 = \frac{2^l - N}{f_0},$$

где *l* – количество разрядов двоичного счетчика,

после начальной установки (стробирования) появится отрицательный импульс (рисунок 4.25 б). Этот импульс поступает на вход установки триггера 43. При этом на инверсном выходе триггера 43 появляется сигнал низкого уровня, который поступает на первый вход мультиплексора 47 и второй вход мультиплексора 46, а на прямом выходе триггера 43 появляется сигнал высокого уровня, который поступает на первый вход мультиплексора 46 и второй вход мультиплексора 47. Прямоугольные импульсы с генератора 36 поступают также на вход счетного триггера 39, который производит деление частоты f_0 на 2. Прямоугольные импульсы с импульсы с счетного триггера 39 поступают на счетный вход счетчика 38. На выходе переноса счетчика 38 через промежуток времени

$$t_2 = \frac{2^{l+1}}{f_0}$$

после начальной установки появляется отрицательный импульс (рисунок 4.25 г), который, пройдя через элемент 45 И, поступает на вход сброса триггера 43 и возвращает его в исходное состояние. Этот же импульс через элемент 45 И стробирует счетчики 37 и 38 и через инвертор 44 – триггер 40 знака, после чего процесс формирования выходных сигналов счетчиков 37 и 38, триггера 43 и мультиплексоров 46 и 47 повторяется. Если на шине 53 блокировки присутствует разрешительный сигнал, то при положительном знаке входного сигнала на выход мультиплексора 46 проходит сигнал с прямого выхода триггера 43, а на выход мультиплексора 47 – с инверсного выхода триггера 43. При отрицательном знаке входного сигнала на выход мультиплексора 47, а на выход мультиплексора 47 – с прямого выхода триггера 43. В результате на выход мультиплексора 47 – с прямого выхода триггера 43. В результате на выходных шинах 49 и 50 (рисунок 4.25 д, е) цифрового модулятора при любом знаке входного сигнала получается прямая и инверсная широтномодулированные последовательности импульсов скважностью

$$\gamma = \frac{2^l \pm N}{2^{l+1}}$$

Эти последовательности импульсов управляют силовыми транзисторами VT1 и VT2, регулирующими напряжения (токи) на противоположных обмотках электромагнитного подшипника. При запретительном уровне сигнала на шине 53 блокировки на выходных шинах 49 и 50 цифрового модулятора будут присутствовать сигналы низкого уровня. Это позволяет при необходимости блокировать работу силовых транзисторов и осуществлять требуемую логику запуска системы управления электромагнитным подшипником.

4.5 Экспериментальные исследования цифровой системы управления электромагнитным подшипником

Для проверки адекватности ряда научных положений, разработанных в данной диссертации, были проведены экспериментальные исследования электромагнитных подшипников центробежного компрессора газоперекачивающего агрегата ГПА Ц-16 (рисунок 4.26).



Рисунок 4.26 – Компрессор газоперекачивающего агрегата ГПА Ц-16 с электромагнитным подвесом ротора

На компрессорной станции КС-22 «Помарская» управление электромагнитным подвесом ротора компрессора осуществляется системой управления «Неман-100» (рисунок 4.27), разработанной фирмой «Калининградгазприборавтоматика» [28, 93]. Данная система управления обладает необходимым набором регуляторов и развитыми сервисными функциями, позволяющими записывать большое количество переменных (в том числе и сигналы датчиков положения ротора по всем координатам) и воспроизводить их с помощью цифрового осциллографа, встроенного в программное обеспечение.

Графики, характеризующие процесс левитации ротора в магнитном поле подшипников, показывают, что без принятия специальных мер размах колебаний по одной координате (кривая 1) составляет порядка 30 мкм (рисунок 4.28).


Рисунок 4.27 – Система управления электромагнитным подвесом ротора «Неман–100»

После введения усреднения сигналов датчиков положения за три такта размах колебаний ротора стал меньше 15 мкм (рис. 4.29). Этот результат полностью согласуется с результатами аналитических исследований и подтверждает работоспособность предложенного способа уменьшения колебаний ротора.



Рисунок 4.28 – Процесс левитации ротора в магнитом поле подшипника до применения усреднения сигналов датчиков положения ротора



Рисунок 4.29 – Процесс левитации ротора в магнитом поле подшипника в случае применения усреднения сигналов датчиков положения ротора

4.6 Выводы по четвертой главе

1. Рассмотрено влияние процесса квантования по уровню на амплитуду колебаний ротора и токов в электромагнитах.

2. Разработан способ уменьшения амплитуды колебаний ротора за счет применения оригинального алгоритма вычисления производных в регуляторах электромагнитного подшипника.

3. Определена дискретная математическая модель цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником с учетом вихревых токов и предложенного способа вычисления производных в регуляторах.

4. Найдена зависимость периода дискретизации цифровых регуляторов осевого электромагнитного подшипника в зависимости от числа тактов запаздывания при вычислении производных.

5. Разработана аппаратная техническая реализация цифровых регуляторов и широтно-импульсного модулятора, обеспечивающая упрощение системы управления электромагнитными подшипниками.

6. Проведены натурные экспериментальные исследования цифровой системы управления электромагнитными подшипниками, подтверждающие адекватность аналитических выкладок и предположений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения диссертационной работы получены следующие основные результаты:

1. Разработана математическая модель осевого электромагнитного подшипника как объекта управления в виде структурных схем и передаточных функций с учетом вихревых токов.

2. Получены дискретные передаточные функции осевого электромагнитного подшипника по отношению к управляющему воздействию при различных положениях ротора и соотношениях токов в электромагнитах.

3. Разработана методика параметрического синтеза регуляторов осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов, позволяющая повысить быстродействие и динамическую жесткость опоры в 1,5 раза.

4. Разработан способ уменьшения амплитуды колебаний ротора как минимум в 2 раза при сохранении быстродействия и динамической жесткости электромагнитного подшипника за счет применения оригинального алгоритма вычисления производных в цифровых регуляторах

5. Получены дискретные передаточные функции цифровой системы управления осевым электромагнитным подшипником с учетом вихревых токов и предложенного способа вычисления производных в регуляторах.

6. Найдена зависимость параметров настроек цифровых регуляторов осевого электромагнитного подшипника от периода дискретизации и числа тактов запаздывания при вычислении производных.

7. Разработана аппаратная техническая реализация цифровых регуляторов и широтно-импульсного модулятора, обеспечивающая упрощение системы управления электромагнитными подшипниками.

Рекомендации

- Результаты проведенного научного исследования рекомендуется внедрять на газоперекачивающих станциях, оснащенных компрессорами с электромагнитным подвесом ротора.
- Разработанная методика параметрического синтеза цифровых регуляторов осевого электромагнитного подшипника может быть применена на предприятиях, занимающихся выпуском и внедрением систем управления электромагнитным подвесом роторных механизмов.
- Разработанный вариант технической реализации цифровых регуляторов электромагнитных подшипников может быть использован предприятиями, занимающимися разработкой и выпуском высокоскоростных шпинделей.

Перспективы дальнейшей разработки темы

Дальнейшая разработка темы может быть направлена на создание энергоэффективных электромагнитных подшипников, отличающихся снижением потребления электрической энергии и уменьшением тепловых потерь. Перспективным направлением в области электромагнитных подшипников является также разработка технической реализации цифровых регуляторов на программируемой логической интегральной схеме. Интересной задачей, требующей своего решения, является оптимизация напряжения питания и токов электромагнитов, обеспечивающая снижение габаритов, как электромагнитов, так и системы управления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Опыт создания и эксплуатации турбокомпрессоров с применением магнитного подвеса ротора / Ю.С. Бухолдин, В.С. Королёв, А.П. Сарычев [и др.] // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2009. – № 1. – С. 17 – 19.
- Вейнберг Д.М. Системы магнитного подвеса в исполнительных органах управления ориентацией космических аппаратов / Д.М. Вейнберг, В.П. Верещагин, Н.Н. Данилов-Нитусов // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 3. С. 152 157.
- Фильтрация колебаний гибкого ротора в активных магнитных подшипниках / Д.М. Вейнберг, В.П. Верещагин, А.П. Сарычев [и др.] // Турбины и компрессоры. – 1998. – № 5. – С. 6 – 8.
- Верещагин В. П. Математическая модель магнитного подшипника / В.П. Верещагин, В. А. Клабуков // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. – Т. 112. – С. 17 – 22.
- Верещагин В. П. Учёт вихревых токов в осевом магнитном подшипнике / В.П. Верещагин, В. А. Клабуков // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2010. – Т. 119. – № 6. – С. 3 – 8.
- Верещагин В. П. Математическая модель магнитного подшипника с учетом вихревых токов / В.П. Верещагин, В. А. Клабуков // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2011. – Т. 123.
- Журавлев Ю. Н. Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение / Ю.Н. Журавлев – СПб.: Политехника, 2003. – 206 С.
- Журавлев Ю.Н. Динамика механических систем с активными магнитными опорами / Ю.Н. Журавлев // Машиноведение. – 1988. – № 5. – С. 70 – 76.
- Журавлев Ю.Н. Синтез линейной оптимальной системы управления магнитным подвесом жесткого ротора / Ю.Н. Журавлев // Машиноведение. 1987. – № 4. – С. 49 – 56.

- Журавлев Ю.Н. Синтез системы управления активной магнитной опорой с позиций обратных задач динамики / Ю.Н. Журавлев // Изв. вузов. Приборостроение. – 1987. – № 5. – С. 47 – 52.
- Кувыкин В.И. Влияние магнитного трения на динамику твердого тела в неконтактном подвесе: дис. ... докт. физ.-мат. наук / Нижегородский филиал института машиноведения РАН. – Нижний Новгород, 2004. – 300 С.
- Кузменков А.Н. Разработка и моделирование трехконтурной системы управления электромагнитным подшипником / А.Н. Кузменков, В.Г. Титов, А.В. Шахов // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Сер. управление, вычисл. техн. информ. 2015. № 4. С. 14 23.
- Макаричев Ю.А. Методы анализа и синтеза активных электромагнитных подшипников: дис. ... докт. техн. наук / СамГТУ. – Самара, 2013. – 350 С.
- 14. Макаричев Ю.А. Метод моделирования процессов, вызванных вихревыми токами, в нестационарных режимах осевых электромагнитных подшипников / Ю.А. Макаричев // Вестник СамГТУ. Серия «Технические науки». – 2013. – № 2 (38). – С. 164 – 170.
- 15. Макаричев Ю.А. Метод расчета коэффициентов передачи системы электромагнитных подшипников турбонагнетателя дизельного двигателя локомотива / Ю.А. Макаричев // Вестник транспорта Поволжья. – 2013. – №1 (37). – С. 43–49.
- Макаричев Ю.А. Расчет электромагнитных сил в радиальных магнитных подшипниках с распределенной зубцово-пазовой структурой статора / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков // Доклады Всероссийского науч.-техн. Семинара «Проблемы транспортировки газа». – Тольятти: РИО РАО Газпром, 1999. – С. 78.
- Макаричев Ю. А. Статические и динамические характеристики электромагнитного подвеса / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков // Ежемесячный научнотехнический журнал «Электротехника» – 2008. – № 8. – С. 25 – 30.
- 18. Макаричев Ю.А. Статический изгибающий момент осевого электромагнитного подшипника при одностороннем смещении ротора в радиальной опоре /

Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». – 2011. – № 4 (32). – С. 134 – 140.

- Макаричев Ю. А. Теоретические основы расчета и проектирования радиальных электромагнитных подшипников / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков // М.: Энергоатомиздат, 2009. 150 С.
- 20. Макаричев Ю.А. Математическая модель электромагнитного подшипника как объекта управления с учетом непостоянства его параметров / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, С.А. Стариков // Известия высших учебных заведений «Электромеханика». – 2012. – № 4. – С. 31 – 34.
- 21. Макаричев Ю.А. Влияние радиального смещения ротора электромагнитного подшипника на осевую опору / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, В.Н. Овсянников // Проблемы электротехники, электроэнергетики и электротехнологии: Сборник трудов IV Международной науч.-техн. конф. – Тольятти: Издательство ТГУ, 2012. – С. 69 – 74.
- Макаричев Ю.А. Многомерная и многосвязная математическая модель процесса перемещения ротора в электромагнитном подвесе / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, С.А. Стариков // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». – 2012. – № 2 (34). – С. 136 – 142.
- 23. Макаричев Ю.А. Особенности применения астатических регуляторов в системах управления электромагнитных подшипников / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, С.А. Стариков // Актуальные проблемы энергетики АПК: Материалы III Международной научно-практической конференции. – Саратов: Издательство «Кубик», 2012. – С. 162 – 166.
- 24. Макаричев Ю.А. Анализ устойчивости системы подчиненного регулирования электромагнитного подвеса ротора / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, И.С. Ткаченко // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». – 2007. – № 1 (19). – С. 135 – 140.

- 25. Макаричев Ю.А. Дискретная математическая модель цифровой системы управления электромагнитным подвесом ротора / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, И.С. Ткаченко // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки». 2007. № 2 (15). С. 186 188.
- 26. Макаричев Ю.А. Синтез системы подчиненного регулирования электромагнитным подвесом ротора / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, И.С. Ткаченко // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки». – 2007. – № 1 (14). – С. 143 – 148.
- 27. Макаричев Ю.А. Сравнение эффективности конструкции радиального электромагнитного подшипника / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, И.С. Ткаченко // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». 2001. № 41. С. 158 161.
- 28. Цифровая система управления электромагнитными подшипниками центробежных компрессоров / В.В. Никаноров, Р.С. Таганов, С.В. Сальников [и др.]// Газовая промышленность. – 2014. – № 10. – С. 57 – 62.
- 29. Никитина Л.Г. Исследование электромагнитных опор для высокоскоростных шпиндельных узлов / Л.Г. Никитина // Машиностроение и безопасность жизнедеятельности. – 2011. – № 3. – С. 65 – 68.
- 30. Патент России № 2181903, МКИ⁷ G05B11/26, H02K7/09. Цифровой регулятор для системы управления электромагнитным подвесом ротора / А.В. Стариков, А.В. Стариков (Россия) // Опубл. 27.04.2002, Бюл. № 12.
- Патент России № 2181922. МКИ⁷ Н 02 Р 16/06, Н 02 К 7/09. Система управления электромагнитным подвесом ротора / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, А.В. Стариков (Россия) // Опубл. 27.04.2002, Бюл. № 12.
- Патент России № 2345464. МКИ⁷ Н 02К7/09. Система управления электромагнитным подвесом ротора / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков (Россия) // Опубл. 27.01.2009, Бюл. № 3.

- 33. Патент России № 2375736, МКИ⁷ G05В 11/36, H02К7/09, H02Р6/16. Система управления электромагнитным подвесом ротора / Ю. А. Макаричев, А. В. Стариков, С. А. Стариков (Россия) // Опубл. 10.12.2009, Бюл. № 34.
- 34. Патент России № 2395150, МКИ⁷ Н02К7/09, Н02Р6/16, G05B11/36. Система управления электромагнитным подвесом ротора / А. В. Стариков, С.А. Стариков (Россия) // Опубл. 20.07.2010, Бюл. № 20.
- 35. Патент России № 2417390, МКИ⁷ G05B11/00. Цифровой регулятор для системы управления электромагнитным подвесом ротора / А. В. Стариков, С. А. Стариков, А. В. Пудовкин (Россия) // Опубл. 27.04.2011, Бюл. № 12.
- 36. Патент России № 2433443, МКИ⁷ G05В 11/26. Цифровой регулятор для системы управления электромагнитным подвесом ротора / А. В. Стариков, С. А. Стариков (Россия) // Опубл. 10.11.2011, Бюл. № 31.
- 37. Патент России № 2460909, МКИ⁷ F16C32/04, H02K7/09, H02P6/16, G05B6/00, G05B11/36. Система управления электромагнитным подвесом ротора / А.В. Стариков, С.А. Стариков (Россия) // Опубл. 10.09.2012, Бюл. № 25.
- Руковицын И.Г. Применение электромагнитных подшипников в газовой промышленности / И. Г. Руковицын, А. П. Сарычев // Компрессорная техника и пневматика. – 2008. – № 1. – С. 12 – 14.
- 39. Сарычев А.П. Исследование и разработка ряда электромагнитных подшипников для серии компрессоров газоперекачивающих агрегатов: Автореф. дис. докт. техн. наук / ФГУП «НПП ВНИИЭМ». – М., 2010. – 40 С.
- 40. Сарычев А.П. Разработка электромагнитных подшипников для серии компрессоров газоперекачивающих агрегатов / А. П. Сарычев // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ». – 2009. – Т. 110. – С. 3 – 10.
- 41. Сарычев А.П. Особенности и опыт создания электромагнитных подшипников для серии компрессоров газоперекачивающих агрегатов /А. П. Сарычев // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ». – 2009. – Т. 112. – С. 3 – 10.

- 42. Сарычев А.П. Опыт применения магнитных подшипников в компрессорах ГПА / А.П. Сарычев, А.С. Абдурагимов, А.В. Носков // Труды 15-го Международного симпозиума «Потребители-производители компрессоров и компрессорного оборудования». – СПб., 2010. – С. 122 – 128.
- 43. Сарычев А.П. Опыт разработки электромагнитных подшипников для газовых компрессоров / А.П. Сарычев, Д.М. Вейнберг // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ». 2001. Т. 100. С. 275 282.
- 44. Сарычев А.П. Электромагнитные подшипники для Газпрома / А.П. Сарычев,
 В.П. Верещагин // Электротехника. 1996. № 5. С. 29 31.
- 45. Сарычев А.П. Опыт создания нагнетателя для ГПА-12М «Урал» / А.П. Сарычев, А.В. Ермолаев, А. В. Спирин [и др.] // Компрессорная техника и пневматика. 2001. № 8. С. 15 17.
- 46. Сарычев А.П. Применение электромагнитных подшипников в машиностроении и газовой промышленности / А.П. Сарычев, А.В. Носков // Труды 13-го Международного симпозиума «Потребители-производители компрессоров и компрессорного оборудования». – СПб., 2007. – С. 215 – 229.
- 47. Сарычев А.П. Особенности управления активными электромагнитными подшипниками газоперекачивающих агрегатов с гибкими роторами / А.П. Сарычев, И.Г. Руковицын // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ». – 2009. – Т. 113. – С. 13 – 18.
- 48. Сарычев А. П. Математическая модель ротора для анализа управления магнитными подшипниками / А.П. Сарычев, И.Г. Руковицын // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. – М. : ФГУП «НПП ВНИИЭМ». – 2008. – Т. 107. – С. 11 – 15.
- 49. Сарычев А.П. Разработка и испытания нагнетателя с магнитными подшипниками для ГПА-16 «Волга» / А.П. Сарычев, М.Г. Хабибуллин, В.П. Верещагин, А.В. Спирин и др. // Компрессорная техника и пневматика. – 2001. – № 5. – С. 16–18.

- 50. Стариков А.В. Методология синтеза многосвязной системы электромагнитных подшипников с повышенными жесткостными характеристиками энергетических объектов: дис. ... докт. техн. наук / СамГТУ. – Самара, 2013. – 354 С.
- 51. Стариков А.В. Синтез финитного регулятора для системы управления электромагнитным подшипником / А.В. Стариков // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». – 2012. – № 3 (35). – С. 240 – 243.
- 52. Стариков А.В. Параметрический синтез регуляторов многоконтурной системы управления электромагнитным подвесом ротора / А.В. Стариков, С.А. Стариков // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». 2011. № 1 (29). С. 192 200.
- 53. Стариков С.А. Влияние квантования по времени на свойства цифровой системы управления электромагнитным подвесом ротора / С.А. Стариков // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». – 2012. – № 1 (33). – С. 162 – 169.
- 54. Стариков С.А. Структурно-параметрический синтез системы управления электромагнитными подшипниками энергетических машин: Дис. канд. техн. наук / С.А. Стариков // СамГТУ. – Самара, 2013. – 182 С.
- 55. Carrere F., Font S., Duc G. H_{∞} control design of flexible rotor magnetic bearing system // Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings. Zurich, 1994. P. 65 70.
- 56. Chen, H.M., Walton, J., Heshmat, H. Test of zero clearance auxiliary bearing // Proceedings of MAG'97 Industrial Conference and Exhibition on Magnetic Bearings. Alexandria, 1997. – P.111 – 119.
- 57. Ecker, H. Steady-state orbits of an AMB-supported rigid rotor contacting the backup bearings // Proceedings of MAG'97 Industrial Conference and Exhibition on Magnetic Bearings, Alexandria, 1997. – P. 129 – 138.
- 58. Feeny, B.F. Stability of cylindrical and conical motions of a rigid rotor in retainer bearings // Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings. – Zurich, 1994. – P. 219 – 224.

- 59. Foiles, W.C., Allaire, P.E. Nonlinear transient modelling of active magnetic bearing rotors during rotor drop on auxiliary bearings // Proceedings of MAG'97 Industrial Conference and Exhibition on Magnetic Bearings. – Alexandria, 1997. – P. 239 – 244.
- 60. Gelin, A., Pugnet, J.M., and Der Hagopian, J. 1990. Dynamic behaviour of flexible rotors with active magnetic bearings on safety auxiliary bearings // Proceedings of Third International Conference on Rotordynamics. – Lyon, 1990. – P. 503 – 508.
- 61. Hamoody N.Q., Ahmad A.H. Simulation of Active Magnetic Bearing Response based NNC // Eng. & Tech. Journal, Vol.27, No.6, 2009. P. 1047 1063.
- 62. Husain A.R., Ahmad M.N. Deterministic Models of an Active Magnetic Bearing System // Journal of Computers, Vol. 2, No. 8, 2007. P. 9 17.
- 63. Inayat- Husain J. I. Nonlinear dynamics of a statically misaligned flexible rotor in active magnetic bearings // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 15, Issue 3, March 2010. P. 764 777.
- 64. Ji, J.C., and Leung, A.Y.T. Non-linear behavior of a magnetically supported rotor // Proceedings of the Seventh International Symposium on Magnetic Bearings. – Zurich, 2000. – P. 23 – 28.
- 65. Komarov V.N. Regulating the magnetic gyroscope's motion // Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings. Zurich, 1994. P. 19 22.
- 66. Laier, D., and Markert, R. Simulation of nonlinear effects on magnetically suspended rotors // Proceedings of the First Conference on Engineering Computation and Computer Simulation ECCS-1, vol.I. Changsha, 1995. P. 473 482.
- 67. Loesch, F. Two remarks on the modeling of active magnetic bearing system // Proceedings of the Sixth International Symposium on Magnetic Suspension Technology. Turin, 2001. P. 422 427.
- 68. Nonami K., Ito T. μ -synthesis of flexible rotor active magnetic bearing system // Proc. of 4-th Int. Symp. On Magnetic Bearings. Zurich, 1994. P. 135 142.
- 69. Schweitzer G., Ulbrich Y. Magnetic bearings novel type of suspension // Vibr. Rotating Mach. 2-nd Int. Conf. – London: Cambridge, 1980. – P. 151 – 156.

- 70. Schweitzer G., Bleuler H., Traxler A. Active magnetic bearings, basics, properties and applications of active magnetic bearings. Zurich, 1994. 244 P.
- Steinschaden, N., and Springer, H. (1999b). Nonlinear stability analysis of active magnetic bearings // Proceedings of the Fifth International Symposium on Magnetic Suspension Technology, Santa Barbara, 1999. – P. 411 – 427.
- 72. Tammi K. Active control of radial rotor vibrations: Identification, feedback, feedforward, and repetitive control methods // Dissertation for the degree of Doctor of Science in Technology. – Helsinki University of Technology, 2007. – 165 P.
- 73. Vischer, D., and Bleuler, H. A new approach to sensorless and voltage controlled AMBs based on network theory concepts // Proceedings of the Second International Symposium on Magnetic Bearings. – Tokyo, 1990. – P. 301 – 306.
- 74. Willams R. D., Wayner P. M., Ebert J. A. Reliable, high-speed digital control for magnetic bearings // Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings. – Zurich, 1994. – P. 1 – 6.
- 75. Комплект магнитного подвеса КМЦ-25: Руководство по эксплуатации. М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2005. – 29 С.
- 76. Галицков С. Я. Многоконтурные системы управления с одной измеряемой координатой: Монография / С.Я. Галицков, К.С. Галицков //Самара: СГАСУ, 2004. – 140 С.
- 77. Рапопорт Э. Я. Системы подчиненного регулирования электроприводов постоянного тока / Э.Я. Раппопорт // Куйбышев: КПтИ, 1985. – 56 С.
- 78. Терехов В. М. Системы управления электроприводов: Учебник для студ. высш. учеб. заведений / В.М. Терехов, О.И. Осипов; Под ред. В. М. Терехова. – М.: Издательский центр «Академик», 2005. – 304 С.
- 79. Лисин С.Л. Структурно-параметрический синтез систем управления неустойчивыми объектами / С.Л. Лисин, А.В. Стариков // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». – 2013. – № 4 (40). – С. 53 – 58.

- 80. Микропроцессорные системы автоматического управления / В. А. Бесекерский, Н. Б. Ефимов, С. И. Зиатдинов и др.; Под общ. Ред. В. А. Бесекерского. – Л.: Машиностроение, 1988. – 365 С.
- 81. Цыпкин Я. З. Основы теории автоматических систем. М.: Наука, 1977. 560
 С.
- 82. Макаричев Ю.А. Математическая модель осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, И.С. Беляева // Известия высших учебных заведений «Электромеханика». – 2014. – № 5. – С. 52 – 56.
- В.А. Теория систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – М.: Наука, 1975. – 768 С.
- 84. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов по спец. «Автоматика и телемеханика» в 2-х частях. Ч. 1. Теория линейных систем автоматического управления / Н.А. Бабаков, А.А. Воронов, А.А. Воронова и др.; Под ред. А.А. Воронова. М.: Высш. шк., 1986. 367 С.
- 85. Стариков А.В. Дискретная математическая модель электромагнитного подшипника / А.В. Стариков, П.К. Кузнецов, И.С. Беляева // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2016. – № 2. – С. 59 – 63.
- 86. Логинов С.Ю. Управление подвесом в бесподшипниковой индукторной машине без обратной связи по току / С.Ю. Логинов // Электротехнические комплексы и системы управления. – 2010. – №4. – С. 33 – 37.
- 87. Макаричев Ю.А. Условия эквивалентности систем управления электромагнитными подшипниками с различным структурным построением / Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков, И.С. Беляева // Уральский научный вестник. – 2014. – № 42 (121). – С. 51 – 57.
- 88. Круг Е.К. Принципы построения одноканальных цифровых регуляторов / Е.К. Круг, С.Н. Дилигенский. М.: Советское радио, 1969. 224 С.
- 89. Стариков А.В. Улучшение свойств цифровых дифференцирующих устройств с малыми периодами дискретизации / А.В. Стариков, И.С. Беляева, Д. Н. Джа-

басова // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». – 2014. – № 1 (41). – С. 72 – 77.

- 90. Патент России № 2572386, МПК G05B11/26, H02K7/09. Цифровой регулятор для системы управления электромагнитным подшипником / А.В. Стариков, И.С. Беляева, Д.Ю. Рокало (Россия) // Опубл. 10.01.2016, Бюл. № 1.
- 91. Патент России № 2191346, МКИ⁷ G01B7/00. Устройство для бесконтактного измерения перемещения / А. В. Стариков (Россия) // Опубл. 20.10.2002. Бюл. № 29.
- 92. Патент России № 2597513, МПК Н03К7/08. Цифровой модулятор для силового преобразователя электромагнитного подшипника / А.В. Стариков, И.С. Беляева, Д.Ю. Рокало (Россия) // Опубл. 10.09.2016, Бюл. № 25.
- 93. Система автоматического управления электромагнитными подшипниками центробежного компрессора ГПА / В.Е. Веремеев, Д.В. Витковский, А.В. Москалев [и др.] // Турбины и Дизели. – 2014. – № 2. – С. 32 – 35.

Приложения

Приложение 1

Акт о внедрении результатов диссертационной работы Беляевой И.С. «Параметрический синтез регуляторов осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов» в СамГТУ

Приложение 2

Акт об использовании результатов диссертационной работы Беляевой И.С. в ЗАО «Стан-Самара»



АКТ

внедрения результатов диссертационной работы Беляевой И.С. «Параметрический синтез регуляторов осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов»

Настоящий акт составили представители ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет»:

- профессор кафедры «Электропривод и промышленная автоматика», д.т.н., профессор, Лысов В.Е.;
- доцент кафедры «Электропривод и промышленная автоматика» к.т.н., доцент, Курган В.П.;
- доцент кафедры «Электропривод и промышленная автоматика» к.т.н., доцент, Чабанов Ю.А., –

в том, что результаты диссертационной работы Беляевой И.С. использованы в учебном процессе кафедры «Электропривод и промышленная автоматика» при выполнении дипломных проектов Куприянова А.А. и Рокало Д.Ю.

Профессор кафедры «Электропривод и промышленная автоматика», д.т.н., профессор

Лысов В.Е.

Доцент кафедры «Электропривод и промышленная автоматика», к.т.н., доцент

Доцент кафедры «Электропривод и промышленная автоматика», к.т.н., доцент,

Курган В. П.

Чабанов Ю. А.

ВЕРЖДАЮ» Заместитель директора ЗАО «Стан-Самара» CTAH-AMAPA Медведев С.И. 2016 г. OKGeldpok

АКТ об использовании результатов диссертационной работы Беляевой Ирины Сергеевны

Комиссия в составе:

- председатель: главный конструктор ЗАО «Стан-Самара» Филиппов В.Н.,

- члены комиссии: начальник отдела автоматизации к.т.н. Медведев А.С., инженер-конструктор к.т.н. Пешев Я.И.

составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Беляевой И.С. «Параметрический синтез регуляторов осевого электромагнитного подшипника с учетом вихревых токов», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук, использованы в проектно-конструкторской работе ЗАО «Стан-Самара» при обосновании возможности использования в координатно-шлифовальных станках высокоскоростных шпинделей с магнитным подвесом ротора.

Председатель комиссии

подпись

Филиппов В.Н.

фамилия, и., о.

Члены комиссии:

подпись

<u>Медведев А.С.</u> фамилия, и., о.

подпись

<u>Пешев Я.И.</u> фамилия, и., о.